

Büchter, A.; Henn, H.-W.:

Elementare Stochastik

Eine Einführung in die Mathematik der Daten und des Zufalls

Berlin, Heidelberg: Springer, 2005. – 452 S.
(Mathematik für das Lehramt; Bd.1)
ISBN 3-540-22250-2

Hans Schupp, Saarbrücken(Germany)

1. Zielsetzung

An Einführungen in die Stochastik ist kein Mangel. Deshalb begründen die beiden Autoren im Vorwort und in einem einleitenden Kapitel ausführlich ihre Absichten und erläutern, wie sie diese realisieren wollen.

Elementar soll das Werk sein, d.h. „mit den grundlegenden Ideen, Zusammenhängen und Ergebnissen der Statistik und der Wahrscheinlichkeitsrechnung vertraut machen“, ohne dass mathematische Spezialkenntnisse vorausgesetzt werden.

Berufsbezogen soll es sein, d.h. Studierenden des Lehramts für Mathematik einen genügend weiten und tiefen Hintergrund bieten für das spätere sinnvolle Unterrichten im stochastischen Bereich und sowie das Durchführen eigener kleiner empirischer Projekte.

Deshalb soll die Darstellung *genetisch* sein, d.h. sich nicht so sehr an fertigen Theorien orientieren als vielmehr ausgehen von auffallenden Phänomenen sowie von aktuellen, interessanten und historischen Problemen, entlang deren Bewältigung theoretische Zusammenhänge allererst entstehen.

Solche Einführungen gibt es bisher nur im Ansatz. Das Werk wird daran zu messen sein, inwieweit es diesem selbst gesetzten Anspruch gerecht wird.

2. Aufbau

Der Hauptteil des Buches mit den Kapiteln

2. Beschreibende Statistik

3. Wahrscheinlichkeitsrechnung

4. Beurteilende Statistik

ist traditionell und damit systematisch gegliedert. Das mag nach 1. zunächst erstaunen, auch nachdem sich die in der Einleitung schlaglichtartig erwähnten klassischen Probleme, typischen Fragen und historischen Entwicklungen fast nur auf Wahrscheinlichkeitstheorie beziehen, die so aber erst auf S.133 einsetzt. Wäre nicht auch eine Einbeziehung des Umgangs mit Daten gleich in die Wahrscheinlichkeitstheorie denkbar, die dann neben ihren sonstigen Vorzügen gleich auch an Aktualität und Relevanz gewönne?

Allerdings geht diesem Trio unter 1. eine Einleitung voran, welche neugierig macht auf die in der Primärstatistik bereits möglichen Leseraktivitäten, und folgt ihm unter 5. eine zusammenfassende Darstellung des Planens und Durchführens statistischer Projekte. Wenden wir uns also den einzelnen Kapiteln zu.

3. Einleitung

Sie macht durch gezielte Hinweise neugierig auf die folgenden Kapitel, die kurz vorgestellt werden. Die dortigen Bemühungen bettet sie ein in den Allgemeinbildungsauftrag der Schule, indem sie über bloße Inhalte hinaus auch heuristische und metakognitive Fähigkeiten zu entwickeln verspricht. Drittens gibt sie Hinweise, wie mit dem Buch sinnvoll umgegangen werden sollte. Dazu gehört erfreulicherweise auch das direkte stochastische Experimentieren innerhalb einer bereitgestellten Internet-Datei, welche darüber hinaus noch weitere Materialien und Ergänzungen bietet und zur Kommunikation mit den Autoren einlädt.

Durchaus fair, dass schließlich drei Konkurrenzwerke anderen Zuschnitts empfohlen werden.

Die Autoren beginnen mit einem Freudenthalzitat (S.3), in dem es heißt: „Ebenso weiß ich schon, was Wahrscheinlichkeit ist, ehe ich es definiert habe.“ Der Rezensent gesteht, dass er das vorher nicht wusste, danach allerdings und bis heute erst recht nicht.

4. Beschreibende Statistik

Für gewöhnlich wird sie als allzu technisch und daher recht langweilig angesehen: viele Begriffe und Verfahren, relativ wenige wirkliche Aufschlüsse und Einsichten. Wer dieses Kapitel durcharbeitet, wird eines besseren belehrt.

Das liegt weniger daran, dass eine klare, vollständige und durchweg stimmige Einführung in den elementaren Umgang mit Datenmengen gegeben wird. Im Einzelnen werden behandelt:

- Datenarten
- Reduktion und Darstellung von Daten
- Kennwerte
- Standardisierung
- Indexzahlen
- Korrelation und Regression
- Paradoxien
- Grenzen

Aber das tun andere Bücher größtenteils auch und bleiben trotzdem reizlos. Vielmehr legen die Autoren Wert darauf,

- jedes Kapitel und dort wiederum jedes Unterkapitel mit einem advance organizer zu beginnen, so dass die nachfolgende Kleinarbeit ein ausgewiesenes Ziel hat
- durchgängig auch mit Beispielen zu arbeiten, solchen, die hinführenden oder aber erläuternden Charakter haben, in jedem Falle aber die Theorie-Praxis-Verschränkung verstärken
- die Beispiele adressatenbezogen auszuwählen (z.B. aus TIMSS- und PISA-Statistiken, aber auch aus der unmittelbar zugänglichen Umwelt sowie aus Massenmedien)
- zahlreiche Plausibilitätsbetrachtungen einzufügen und damit auch qualitativ zu argumentieren
- nicht nur auf die Stärken von Begriffen und Prozeduren einzugehen, sondern auch auf deren jeweilige Schwächen und Grenzen sowie ihren durchaus subjektiven Gebrauch (z.B. bei Korrelation und Regression)
- auf typische Fehler hinzuweisen und Hilfen zu geben, wie man sie vermeiden kann

- immer wieder auch mögliche und zweckmäßige Veranschaulichungen zu diskutieren (leider fehlt die so eindrucksvolle zeichnerische Auflösung des Simpson-Paradoxons durch Steigungen) und sie dabei über ihre methodisch-mediale Funktion hinaus als Wissensbestandteile zu kennzeichnen
- neuere Entwicklungen (z.B. EDA oder Indexzahlen) in traditionelle Ansätze zu integrieren
- die unverzichtbare Eigentätigkeit der Lesenden anzuregen, durch direkt kontextgerichtete Aufgaben (mit Lösungen am Ende des Buches), beziehungsreiche Aufträge und weitere Übungen am Ende des Kapitels (mit Lösungen in der o.a. Internet-Datei).

Auf diese Weise werden die Ausführungen nicht nur gut lesbar, sondern wesentlich und geradezu spannend.

Es versteht sich, dass man dieses hohe didaktische Niveau nicht lückenlos durchhalten kann. Am meisten stören die keineswegs seltenen Verweise auf erst später mögliche eigentliche Sinngebungen, wie sie bei einer vorangestellten Beschreibenden Statistik nun einmal unvermeidbar sind. Daher ist zu begrüßen, dass am Kapitelende von den Grenzen der Beschreibenden Statistik die Rede ist und somit ein Übergang zu den beiden folgenden Kapiteln geleistet wird.

Die vorgezogene Definition der Streuungsmaße als Abbildungen mit Verschiebungsinvarianz ist zwar durchaus korrekt, aber für den Anfänger wenig hilfreich. Wie bei den Lagemaßen wäre eine abschließende, an den vorangegangenen Beispielen orientierte Charakterisierung „genetischer“ gewesen.

Nicht der Zinssatz, sondern der Zinsfaktor ist das geometrische Mittel der einzelnen Zinsfaktoren bei mehrjähriger Kapitalanlage (S.56).

Erfreulicherweise bieten die Autoren nur Sachsituationen an, in denen Verfahren der Beschreibenden Statistik wirklich weiterhelfen und nicht einfach nur Gelegenheit zum Kalkül geben. Ausnahme: Was sollen arithmetisches Mittel und Standardabweichung der Anfangstemperaturen bei den 17 Heimspielen eines Fußball-Bundesligisten in der letzten Saison? Und was hat man davon, wenn man sie auch in °Fahrenheit angibt? (S.127)

5. Wahrscheinlichkeitsrechnung

In diesem mit 172 Seiten größten Kapitel werden vorgestellt:

- Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs
- Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten
- kombinatorische Hilfen
- Tücken der stochastischen Modellbildung
- Zufallsvariable
- Verteilungen
- Gesetze der großen Zahlen
- Normalverteilung und Grenzwertsätze
- Zufallszahlen und Simulation

Dabei überrascht (*Elementare Stochastik*), dass kontinuierlichen Verteilungen und deren Kennzeichnung ein relativ großer Raum zugestanden wird, obwohl für ihre exakte Behandlung halt doch die mit Recht vermiedene maßtheoretische Grundlage erforderlich wird (wobei den Autoren ein durchaus gangbarer Ausweg gelungen ist). Die

Normalverteilung als rechentechnische Erleichterung bei komplizierten Binomialverteilungen ist im Computerzeitalter obsolet geworden; und die Grenzwertsätze können – ebenfalls mit Computerhilfe – ohne theoretischen Ballast eindrucksvoll plausibel gemacht werden.

Statt dessen hätte man sich gewünscht, dass auf die leicht zugänglichen und für die stochastische Praxis wichtigen Markovketten eingegangen wird. Mit dem Engel'schen Wahrscheinlichkeitsabakus ist ein ganz elementarer Zugang möglich, die entsprechenden Pfadregeln setzen diejenigen in Baumdiagrammen sinnvoll fort, und schließlich bieten die stochastischen Matrizen eine interessante Verbindung zur Linearen Algebra.

Davon einmal abgesehen, bleiben die in 4. genannten Vorzüge voll erhalten, ja kommen bei nunmehr deutlich gehobenen Schwierigkeitsgrad noch mehr zur Geltung.¹

Spiel- und Anwendungscharakter der Wahrscheinlichkeitstheorie sind sorgsam ausbalanciert; die eine Seite unterstützt die andere. Hinzu kommen Simulationmöglichkeiten innerhalb der o.a. Internet-Datei.

Sehr hilfreich ist, dass einmal eingeführte (und stets sorgsam ausgesuchte, oft auch historisch bedeutsame oder aber aktuelle) Beispiele immer wieder aufgegriffen werden und somit die Erschließung der von ihnen gelieferten Situation bzw. des mathematischen Hintergrundes sukzessive erfolgen kann.

Ganz deutlich ist das Bestreben, bei zentralen Begriffen wie „Zufallsexperiment“, „Wahrscheinlichkeit“, „Ereignis“, „Unabhängigkeit“, „Bedingtheit“, „Verteilung“ nicht nur für eine möglichst exakte concept definition, sondern auch für ein umfassendes und stimmiges concept image zu sorgen und dabei deutlich zu machen, dass eine gewisse Subjektivität bei ihrer Handhabung nicht nur unvermeidbar, sondern letztlich auch gerechtfertigt ist. Die historisch und praktisch wichtigen Wahrscheinlichkeitszugänge (klassisch, frequentistisch, implizit) werden ausführlich verglichen und kommentiert. In diesem Zusammenhang bezweifelt der Rezensent allerdings, dass es so etwas wie eine stochastischen Objekten „innewohnende“ und damit objektive Wahrscheinlichkeit gibt, wie dies die Autoren mehrfach formulieren. Zum Umgang mit dem gegenwärtig nicht mehr mathematisierten, aber das Verhalten in stochastischen Situationen gleichwohl beeinflussenden Zufallsbegriff müsste man wohl mehr sagen (vgl. Untertitel des Werkes).

Bei einem so sorgfältigen und damit leserfreundlichen Aufbau fallen einzelne Lücken natürlich besonders auf. Mehrstufige Experimente werden nicht eigens definiert, so dass auch die (Un)Abhängigkeit von Stufen nicht thematisiert werden kann. Im kombinatorischen Teil wird die grundlegende Produktregel mehrfach benutzt, aber nicht formuliert. Wie auch bei vielen anderen einschlägigen Monographien für den Schulbereich fehlt die 3. Pfadregel:

Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Blatt über einen bestimmten Pfad erreicht wird, ist gleich dem Quotienten aus der Wahrscheinlichkeit dieses Pfades und der Summe

¹ Dies trifft auch für das nächste Kapitel zu.

der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade zu einem solchen Blatt.

Sie ist ebenso hilfreich wie die 1. und 2. Pfadregel, die man weniger missverständlich als geschehen formulieren sollte:

Die Wahrscheinlichkeit für einen Pfad ist das Produkt aller Wahrscheinlichkeiten längs des Pfades.

*Die Wahrscheinlichkeit für ein Blatt ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten aller Pfade, die zu einem solchen Blatt führen.*²

Sehr zu begrüßen, weil zum Verständnis der heutigen Sicht der Wahrscheinlichkeitstheorie durchaus wichtig, ist das fortgesetzte Einbeziehen historischer Notizen. Vielleicht etwas beckmesserisch:

- Der Vorname von Kolmogorov ist Andrej (Nikolajewitsch), nicht Alexander.
- Er hat 1933 kein Axiomensystem für endliche Ergebnismengen aufgestellt, sondern zunächst eines, das endliche und unendliche Ergebnismengen umfasst, und dann ein weiteres Axiom hinzugefügt, welches nur für unendliche solche Mengen relevant ist.
- Mengendiagramme sollten nach Euler heißen und nicht nach Venn. Dessen „Leistung“ bestand lediglich darin, um die Diagramme Rechtecke zu zeichnen, welche die jeweilige Grundmenge darstellen sollen.³

Die kritischen Detailbemerkungen ändern nichts an dem äußerst positiven Gesamteindruck dieses Kapitels: Argumentation, Kommentare, Veranschaulichungen, Bewertungen, Aufgaben, Aufträge und Übungen sorgen für einen ebenso verständlichen wie umfassenden und gebietscharakterisierenden Einstieg in die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

6. Beurteilende Statistik

Es werden behandelt

- das Schätzen von Parametern
- das Testen von Hypothesen und erfreulicherweise auch, wenngleich relativ kurz
- der Bayes-Ansatz.

Sowohl Punkt- als auch Intervallschätzungen sind ausführlich dargestellt, was ihre Technik anbetrifft, aber mehr noch, was ihren Sinn und ihre Güte ausmacht. Die in 5. eingeführten stetigen Verteilungen werden abschnittsweise einbezogen, die Maximum-Likelihood-Strategie überzeugend eingesetzt.

Hingegen beschränken sich die Autoren beim Testen auf Binomial- und Chi-Quadrat-Tests. Auch von daher ist nicht recht verständlich, warum die kontinuierlichen Verteilungen in 5. ein derart großes Gewicht haben. Der exakte Test von Fisher als Test über der hypergeometrischen Verteilung wird nicht vorgestellt, ebenso fehlen verteilungsfreie Tests. Das ist schade, weil gerade sie nur geringen theoretischen Aufwand benötigen und für das spätere Wirken an der Schule (kleine Stichproben bzw. Kollektive) höchst brauchbar sind.

² Dass ein Baum Pfade hat, die zu einem Blatt führen, ist ein sonderbarer Metaphernmischmasch, der aber wohl nicht mehr zu ändern ist.

³ Eines der zahlreichen Beispiele für die unbedachte Übernahme englischsprachig diktiert internationaler Namengebungen in der Mathematikdidaktik (und anderswo).

Leider wird auch die Chance nicht wahrgenommen, zu traditionellen Schätz- und Testprozeduren durch geeignete Computersimulationen hinzuzuführen. Bei ungünstigen Rahmenbedingungen wird man sich im Unterricht vielleicht sogar darauf beschränken müssen.

Dieser curricularen Kritik steht ein außerordentlich hohes Lob für die Gestaltung der ausgewählten Inhalte gegenüber.

Wie schon gewohnt weist ein advance organizer auf das Grundanliegen der Beurteilenden Statistik hin. Es wird sogleich deutlich, wie sie auf der Beschreibenden Statistik fußt und warum sie wahrscheinlichkeitstheoretische Einsichten heranziehen muss. An einem charakteristischen Beispiel und sodann allgemein wird die erfahrungsgemäß schwierige Interpretation von Stichprobenkennwerten als Zufallsvariable erarbeitet und werden erste erwartungstreue Schätzungen vorgenommen. Wechselnde Voraussetzungen führen dann zu den einzelnen Schätzverfahren, wobei zutreffend angeleitet wird, wann sich eine Punkt- und wann eine Intervallschätzung anbietet. Wie schon in 5. sorgen durchziehende Beispiele für eine kontinuierliche Darstellung.

Als Glanzstück des Kapitels darf zweifellos die Einführung in den klassischen Hypothesentest gelten. Indem man ihn zunächst argumentativ vorbereitet und dann an einem einfachen, aber charakteristischen Beispiel vornimmt, hat man genügend Gelegenheit, die einzelnen Bestandteile, Bereiche, Niveaus, Fehlerarten und Gütekriterien des Tests sowie die Wichtigkeit des jeweiligen Kontextes und der Interessenlage der Testperson nacheinander einzuführen und in die Gesamtsicht zu integrieren.

Geradezu vorbildlich ist das anschließende Eingehen auf wissenschaftstheoretische Diskussionen rund um das Testen. Die Kontroverse Fisher vs Neyman-Pearson ist nicht nur für sich interessant, sondern stellt auch die Bedeutung der Testpower und des Konzepts der Alternativtests heraus, welche die Autoren zuvor behandelt haben.

Das in der Praxis recht wichtige Testen einer Verteilung im Kollektiv über die entsprechende Stichprobenverteilung, also der Chi-Quadrat-Test, bildet den sinnvollen Abschluss der Test-Thematik. Dass dabei an der ein oder anderen Stelle auf weiterführende Literatur verwiesen werden muss, ist unvermeidlich.

Das Unterkapitel zur Bayes-Statistik geht nach einer kurzen Darstellung des ganz anderen Ausgangspunktes dieses Ansatzes (subjektiver Grad des Vertrauens, Lernen aus Erfahrung) zunächst auf den Bayes'schen Hypothesentest und sodann auf Bayes'sche Parameterschätzungen ein. Das ist zwar wohl gelungen, hätte aber erleichtert werden können dadurch, dass man das Vorgehen zunächst an endlichen Verteilungen erläutert. Wer in der Schule diesen dort immer noch sträflich vernachlässigten Ansatz einbringen möchte, und dies möglichst früh, kommt gar nicht umhin, diskret zu beginnen.

Dass abschließend noch einmal, und jetzt intensiver als eingangs, klassische und Bayes'sche Sichtweise verglichen werden, ist sehr zu begrüßen. Desgleichen die pragmatische (und philosophisch durchaus zu rechtfertigende) Position der Autoren, diese Sichtweisen

nicht gegeneinander auszuspielen, sondern als je kritische Ergänzungen aufzufassen.

Die Aufgaben und Übungen zu diesem Kapitel sind gewohnt gut, aber nicht gerade zahlreich.

7. Statistik anwenden

Das Schlusskapitel befasst sich mit

- Unterschieden in den Anwendungsdisziplinen
- explorativem und hypothesengeleitetem Vorgehen
- Untersuchungsplanung und –auswertung.

In dem Maße, in dem leistungsfähige Statistik-Software aufwendige stochastische Prozeduren empirisch arbeitenden Benutzern „auf Knopfdruck“ bereitstellt, wächst die ohnehin vorhandene Neigung zum vorschnellen, unüberlegten Einsatz des bloßen Kalküls. Das rechtfertigt, dass die Autoren – nach Einzelbemerkungen in den vorausgegangenen Kapiteln – abschließend zusammenstellen, was alles bei der Planung, Durchführung und Auswertung einer empirischen Untersuchung beachtet werden sollte, um nicht aus zwar richtig berechneten, aber irrelevanten Zahlen unhaltbare Schlüsse zu ziehen. Bei den einzelnen Begründungen können sie auf frühere Beispiele und dort aufgeführte Fehlschlüsse verweisen. Die beiden eingangs skizzierten Unterscheidungen sind besonders wichtig.

8. Gesamtbeurteilung

Halten wir uns an die eingangs formulierten Kriterien.

Elementar ist diese umfangreiche Einführung in die Stochastik ganz sicher insofern, als für den diskreten Teil nur Kenntnisse aus der Sek I, für den stetigen Teil fast nur solche aus der Sek II benötigt werden. Alle Definitionen sind wohlbegründet und werden tatsächlich gebraucht, fast alle Beweise werden stimmig ausgeführt oder im zumutbaren Rahmen den Lesern übertragen. Einige schwierige Herleitungen sind im Internet einzusehen. Wohltuend ist die stets klare und verständliche Sprache. Der Rezensent hätte sich gewünscht, dass die endliche Stochastik gegenüber der kontinuierlichen durchweg etwas stärker betont und simulativ unterstützt wird, ohne dass man den Umfang des Werkes noch weiter erhöhen müsste.

Genetisch sind die Ausführungen in geradezu musterhafter Weise. Enger mathematische Abschnitte werden stets durch qualitative Überlegungen vor- und nachbereitet, so dass ihr Sinn genügend deutlich wird. Beispielbezogene und allgemeine Argumentationen wechseln ständig ab und unterstützen einander. Kognitive Gesichtspunkte werden begleitet, hinterfragt und wesentlich gemacht durch strategische Hinweise und Reflexionen. Was in Vorlesungen zur Stochastik über die bloßen Inhalte hinaus zwar oft gesagt, aber kaum aufgeschrieben und deshalb für nebensächlich gehalten wird, ist hier an- und ausgeführt, in größeren Zusammenhängen und im Detail.

Dass das Werk *berufsbezogen* ist, wird damit bereits gesichert. Lehramtsstudierende aller Couleur finden hier sowohl genügend Informationen und Anregungen für ihre stochastischen Studien als auch für ihr späteres Lehren. Was direkt verwertbar ist und was nützliches Hintergrundwissen bleibt, mag individuell verschieden sein. Sicher wird auch nicht jede Stochastik-Vorlesung für

Lehramtskandidaten die Fülle und Tiefe des Angebots aus Zeitgründen ausschöpfen können.

In jedem Falle aber haben wir es hier mit einer ausgezeichneten Monographie zu tun, die ein Standardwerk in der Lehramtsausbildung zu werden verspricht; der Rezensent wünscht ihr weite Verbreitung und intensive Nutzung. Bleibt zu hoffen, dass die weiteren Bände in der neuen Reihe dieses hohe Niveau halten werden.

Autor

Schupp, Hans, Prof. Dr., Lehrstuhl für Mathematik und Didaktik des Mathematikunterrichts, Universität des Saarlandes, Postfach 151140, D-66041 Saarbrücken.
E-mail: schupp@math.uni-sb.de