

Zur Rolle von Bildungsstandards für die Qualitätsentwicklung im Mathematikunterricht

Werner Blum, Christina Drüke-Noe, Dominik Leiß,
Bernd Wiegand & Alexander Jordan
Kassel (Germany)

Abstract: As a reaction to the unsatisfactory results achieved in PISA, the German National Education Authority (Kultusministerkonferenz) introduced national standards of education in mathematics as well as in other subjects. In this essay some general characteristics of these national standards are outlined, along with a more detailed description of the mathematics standards. Various mathematical tasks exemplify the standards, and the role of these exemplifying tasks is discussed. This discussion also covers the presumed dichotomy of “tasks for testing purposes” and “tasks for teaching purposes”. The concept of high-quality teaching is outlined initially, and the extent to which educational standards can contribute to quality development is discussed. Finally, potential risks caused by the implementation of national standards are considered, e. g. focussing teaching on tasks for testing purposes. The article concludes with measures which are essential and which must be taken to make the implementation of national standards a success.

Kurzreferat: Als Reaktion auf die unbefriedigenden PISA-Ergebnisse hat die KMK beschlossen, Bildungsstandards einzuführen, u. a. auch für das Fach Mathematik. Im vorliegenden Beitrag werden zunächst einige allgemeine Charakteristika von Bildungsstandards vorgestellt, bevor die Konzeption der Mathematik-Standards genauer dargestellt wird. Dann wird erörtert, welche Rolle konkretisierende Aufgaben spielen; u. a. wird auch auf die Problematik „Testaufgaben versus Lernaufgaben“ eingegangen. Inwiefern Bildungsstandards zur Qualitätsentwicklung – im Sinne eines einleitend umrissenen Begriffs von Unterrichtsqualität – beitragen können, wird danach ausgeführt. Schließlich werden potentielle Risiken der Einführung von Bildungsstandards diskutiert, u. a. eine Orientierung des Unterrichts an Testaufgaben, und Maßnahmen benannt, die unbedingt die Standardeinführung begleiten müssen, um deren Intentionen auch zu realisieren.

ZDM-Classification: B13, B73

1. Qualitätsentwicklung als Ziel

Die internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA haben gezeigt, dass die mathematische Bildung unserer deutschen Schüler nicht den in Lehrplänen und didaktischen Zielvorstellungen formulierten Ansprüchen genügt und die Leistungen im Vergleich mit anderen Ländern nur im Mittelfeld liegen, allgemeiner: dass unser Bildungssystem nicht effektiv genug ist (Baumert, Lehmann et al. 1997, Baumert et al. 2001, Prenzel et al. 2004). Die Ursachen hierfür sind vielfältig, sie reichen vom Bildungsklima in der Gesellschaft bis zur Gestaltung des Unterrichts (vgl. z. B. Blum 2001). Der Faktor *Unterrichtsqualität* ist nach allem, was wir aus der Lehr-/Lernforschung wissen, tatsächlich bedeutsam für die Erklärung und Vorhersage von Schülerleistungen (siehe u. a. Helmke & Weinert 1997, Helmke 2003, Baumert et al. 2004, Klieme et al.

2001). Dabei scheinen nicht einzelne, isolierte Qualitätsaspekte oder ganz bestimmte Aspekte-Bündel für Unterrichtseffekte verantwortlich zu sein, sondern unterschiedliche, hinreichend substantielle Kombinationen von Aspekten, wobei einzelne Kriterien wie etwa die kognitive Aktivierung der Schüler unverzichtbar sind.

Zu den wichtigsten Kriterien für die Qualität des Mathematikunterrichts gehören die folgenden (vgl. auch die Arbeitsdefinition von „*Gute Unterrichtspraxis Mathematik*“ bei Blum & Leiß 2005, Biermann & Blum 2001 oder Leuders 2001):

(1) *Fachlich gehaltvolle Unterrichtsgestaltung:*

- Bereitstellen vielfältiger Gelegenheiten für Lernende, Kompetenzen zu erwerben.
- Herstellen von Vernetzungen, innerhalb der Mathematik und nach außen.

(2) *Kognitive Aktivierung der Lernenden:*

- Stimulierung von geistigen Schüleraktivitäten, einschließlich metakognitiver Aktivitäten (Reflexionen).
- Förderung der Selbständigkeit der Lernenden und individuell-adaptive Reaktion auf Schüleräußerungen und -probleme.

(3) *Effektive und schülerorientierte Unterrichtsführung:*

- Flexibler Einsatz und geeignete Verknüpfung unterschiedlicher Methoden.
- Förderung einer lernerfreundlichen Arbeitsatmosphäre, bei der Lernen und Beurteilen erkennbar getrennt sind und Schülerfehler als günstige Lerngelegenheiten angesehen werden.
- Klare Strukturierung von Unterrichtsstunden und effektive Zeitznutzung, u. a. durch Störungsprävention.
- Angemessener Gebrauch von Medien.

Die eingangs zitierten Ergebnisse von Vergleichsstudien deuten darauf hin, dass der deutsche Mathematikunterricht in der Breite verbesserungsbedürftig ist, dass *Qualitätsentwicklung* angesagt ist, orientiert an den eben aufgeführten Kriterien. Dass Qualitätsverbesserung notwendig ist, zeigen auch alle empirischen Studien, die den Alltagsunterricht in Deutschland untersuchen (Baumert, Lehmann et al. 1997, Kaiser 1999, Neubrand 2003). Hiernach gibt es erhebliche Defizite etwa bei der kognitiven Aktivierung, der Vernetzung oder der Verwendung von vorstellungs- und kompetenzorientierten Aufgaben. Das war schon lange vor TIMSS und PISA bekannt, entsprechende Kritik am realen Unterricht gibt es seit Jahrzehnten.

2. Bildungsstandards als Steuerungsinstrument

Als Reaktion auf die unbefriedigenden PISA-Resultate hat die deutsche Kultusministerkonferenz im Jahr 2003 beschlossen, *Bildungsstandards* für die wichtigsten Fächer, darunter Mathematik, und für drei Stationen im Bildungssystem (Abschluss Klasse 4, Hauptschulabschluss nach Klasse 9, Mittlerer Bildungsabschluss) einzuführen. Konzeptionelle Grundlage war die Expertise „Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards“ einer zehnköpfigen Expertengruppe unter Leitung von E. Klieme (Klieme

me et al. 2003). Was sind und was sollen Bildungsstandards? Hier sind ein paar konstitutive Prinzipien, wie sie in Klieme et al. (2003) aufgeführt (und dort weiter elaboriert) sind:

- Bildungsstandards greifen allgemeine *Bildungsziele* auf und setzen diese in verbindliche Anforderungen um, indem sie festlegen, was Kinder und Jugendliche bis zu gewissen Stationen ihres Bildungsgangs erreicht haben sollen. So verstandene Bildungsstandards sind *Leistungsstandards*, ausgehend von einem breiten Bildungsbegriff (was auch den Namen „Bildungsstandards“ rechtfertigt). Offen ist dabei die Frage, ob man *Mindest-* oder *Regelstandards* formulieren sollte. Ersteres empfiehlt die Klieme-Expertise, Letzteres hat die KMK beschlossen.
- Bildungsstandards (im Sinne von Expertise und KMK) legen *nicht* fest, *wie* die Anforderungen erreicht werden sollen, sie sind *keine Unterrichtsstandards*. Vielmehr sollen sogar größere Freiräume als bisher für die Gestaltung von Unterricht geschaffen werden. Allerdings wird man nur von einem Unterricht, der Qualitätskriterien genügt, überhaupt Effekte im Hinblick auf Schülerleistungen erhoffen dürfen (vgl. auch Abschnitt 5).
- Leistung bezieht sich auf *fachliche* Anforderungen und wird primär definiert durch fachbezogene *Kompetenzen*, die Schüler erwerben sollen („Der Schüler/ die Schülerin kann ...“), nicht wie herkömmlich alleine durch abzuarbeitende Listen von Lerninhalten. Natürlich lassen sich Kompetenzen nur anhand von Fachinhalten erwerben, so dass neben allgemeinen auch auf konkrete Inhalte bezogene Kompetenzen festgelegt werden müssen. Dabei soll eine Konzentration auf *zentrale Inhalte* erfolgen (s. u.). Systematisch geordnet werden die Kompetenzanforderungen in sog. *Kompetenzmodellen*, die Facetten, Niveaustufen und potentielle Entwicklungsverläufe von Kompetenzen darstellen sollen.
- Kompetenzen werden konkretisiert durch *Aufgaben*, zu deren Bearbeitung diese Kompetenzen erforderlich sind. Aus der zielgerichteten und erfolgreichen Ausführung gewisser Tätigkeiten beim Aufgab lösen schließt man diagnostisch auf das Vorhandensein entsprechender Kompetenzen beim Aufgab löser. Bildungsstandards als Ganzes werden somit konkretisiert durch geeignet zusammengesetzte *Sets* von Aufgaben, das Erreichen von Standards durch das Erfüllen gewisser Kriterien bei entsprechend zusammengesetzten *Tests*.
- Bildungsstandards sind, da sie sich auf zu erreichende Kompetenzen beziehen, orientiert an *Ergebnissen* von Bildungsprozessen, d. h. technisch gesprochen am *Output*. Sie bedürfen eines am *Input* orientierten Partners, der gewisse Inhalte und deren Jahrgangs-Zuordnungen verbindlich festlegt und so für Wechselmöglichkeiten in unserem föderalen Bildungssystem sorgt. Diese Rolle sollen sogenannte *Kerncurricula* übernehmen. Verglichen mit herkömmlichen Lehrplänen sollen Kerncurricula eher schlank sein und sich auf die in den Fachkompetenzen (s. o.) angesprochenen Fachinhalte konzentrieren. Die Entwicklung solcher Kerncurricula steht für die meisten Fächer noch aus; die in Nordrhein-Westfalen bereits entwickelten „Kernlehrpläne“ wei-

chen von diesem Konzept der Kerncurricula etwas ab (vgl. Artikel von Leuders, Barzel & Hußmann in diesem Heft).

Bildungsstandards sollen zwei wichtige *Zwecke* verfolgen: Sie dienen erstens zur *Orientierung* aller Beteiligten (Lehrer, Eltern, Schüler, Administration, Öffentlichkeit) über verbindliche Anforderungen und zweitens als Basis für *Evaluationen* auf allen Ebenen (System, Schule, Klasse). Auch die Individualdiagnostik soll sich an den Standards orientieren; allerdings bedarf es hierfür anderer Arten von Tests als beim Systemmonitoring oder bei Schulevaluationen. Die *Überprüfung*, wie weitgehend Standards erreicht sind, kann und soll sowohl im *Verlaufe* von Bildungsgängen als auch an deren *Ende* erfolgen. An Bildungsstandards orientierte Tests „unterwegs“ sollen in erster Linie dazu dienen, *Förderbedarfe* festzustellen und *Fördermaßnahmen* auf je geeigneten Ebenen (System, Schule, Klasse, Individuum) einzuleiten; *nicht* aber zu Rückstufungs- oder Aussonderungszwecken.

Dass man angesichts unbefriedigender Ergebnisse versucht, mithilfe von „Standards“ mehr Verbindlichkeit zu erzielen, ist naheliegend. Der Ansatz, *Kompetenzen* in den Mittelpunkt zu rücken, d. h. Fähigkeiten zur Ausführung fachbezogener, über Aufgaben konkretisierter Schülerfertigkeiten, erscheint ein vernünftiger und vielversprechender Mittelweg zwischen unverbindlichen allgemeinen Zielformulierungen und ebenso unverbindlichen weil unerfüllbaren Feinlernziel-Katalogen. Die wichtigste *Intention* von Bildungsstandards ist es jedenfalls, die unterrichtliche Qualitätsentwicklung zu befördern und so zu einer Steigerung der fachlichen Bildung unserer Kinder und Jugendlichen beizutragen. Wie das für das Fach Mathematik geschehen könnte, ist Inhalt von Abschnitt 5.

Sicherlich gibt es keine Garantie, dass sich die mit der Einführung von Bildungsstandards verknüpften Erwartungen und Intentionen auch tatsächlich erfüllen. Es erstaunt dennoch sehr, wenn in der Diskussion um Standards Begriffe wie „externe Tests“, „Leistungsmessung“, „Operationalisierung“ oder „Kompetenzstufen“ immer wieder als negativ *per se* dargestellt werden, wenn Messen und Entwickeln als Gegensätze dargestellt werden („vom Messen wird die Sau nicht fett“ – natürlich nicht, wenn *nur* dies geschieht, aber welcher vernünftige Landwirt würde das denn ernsthaft erwägen!) und wenn der *per se* „schlechten Standardsetzung“ die *per se* „gute Unterrichtsentwicklung“ gegenübergestellt wird. Es ist wie meist bei solchen Dichotomisierungen: Sie sind falsch und taugen nicht für eine sachliche Erörterung anstehender Fragen. Standardsetzung wie Unterrichtsentwicklung sind *Werkzeuge*, bei denen es auf Art und Intention ihrer *Verwendung* ankommt. Und selbstverständlich können mehrere Werkzeuge im *Verbund* eingesetzt werden, im Falle der Bildungsstandards ist dies sogar unbedingt notwendig (siehe Abschnitt 6).

Mit der Festlegung von Standards knüpft Deutschland an Entwicklungen an, die in vielen anderen Ländern schon vorher vollzogen worden sind. So orientiert sich das „nationale Curriculum“ in *Schweden* an inhaltsbezogenen Kompetenzen, die dann im Rahmen nationaler Schulleistungsuntersuchungen in Tests operationalisiert werden (vgl. Artikel von Kjellström & Pettersson in die-

sem Heft); hierbei wird zwischen Mindeststandards und gehobenen Standards unterschieden, ein Aspekt, der für Deutschland (s. o.) noch nicht ausdiskutiert ist. Die Verantwortung für die Qualitätsentwicklung zur Standarderreichung liegt bei der Einzelschule. Auch in *Finnland* gibt es eine nationale Standardsetzung bei gleichzeitiger Dezentralisierung curricularer Entscheidungen. Dies könnte ein vielversprechender Ansatz auch für Deutschland sein. In den *USA* gibt es eine lange Tradition der Standardsetzung und -überprüfung, jedoch mit der Tendenz einer Überbetonung des Messens und einer Reduktion der Curricula auf leicht messbare Inhalte. Hier scheinen Gefahren der Standardsetzung auf, die vermieden werden müssen (mehr dazu auch Abschnitt 6).

3. Die Bildungsstandards Mathematik

Das Kompetenzmodell, das den Bildungsstandards Mathematik für den mittleren Bildungsabschluss und den Hauptschulabschluss zugrunde liegt, orientiert sich eng an den für PISA Mathematik entwickelten und dort auch empirisch erprobten Modellen (OECD 2003, Blum et al. 2004). Unterschieden werden drei Dimensionen:

- die mathematischen *Kompetenzen* (angelehnt an den Katalog bei Niss 2003): Argumentieren, Problemlösen, Modellieren, Darstellen, symbolisch/technisch Arbeiten, Kommunizieren;
- die inhaltlichen *Leitideen* (angelehnt u. a. an die Content Standards der NCTM 2000): Zahl, Messen, Raum und Form, funktionaler Zusammenhang, Daten und Zufall, und zwar jeweils detailliert in Form von stoffbezogenen Könnensanforderungen;
- die *Anforderungsbereiche* (als theoretische Niveaus des kognitiven Anspruchs von kompetenzbasierten Tätigkeiten, angelehnt an die „Competency Clusters“ bei PISA und an die Kompetenzstufungen im COACTIV-Projekt; siehe zu Letzterem Jordan et al. 2005): „I. Reproduzieren“, „II. Zusammenhänge Herstellen“, „III. Verallgemeinern und Reflektieren“.

Dass man genau *sechs* Kompetenzen, *fünf* Leitideen und *drei* Niveaus unterscheidet, ist pragmatisch begründet. Jedenfalls decken diese Spektren die kognitiven und inhaltlichen Tätigkeiten, die beim mathematischen Arbeiten in der Mittelstufe eine Rolle spielen, recht weitgehend ab. Nützlich wäre noch eine zusätzliche Unterscheidung in die *Typen* mathematischen Arbeitens gemäß PISA-national (siehe Neubrand et al. 2001): technisch/rechnerisch/begrifflich. Die Überschriften „Reproduzieren“ etc. sind übrigens sehr missverständlich, weil sie den Aspekt der kognitiven Anforderungen mit dem Aspekt des durch curriculare Vorgaben unterrichtlich erworbenen Vorwissens vermischen. Inwieweit sich dieses dreidimensionale Kompetenzmodell auch empirisch bewähren wird, kann derzeit noch nicht gesagt werden (siehe Abschnitt 4).

Mit dieser eher technischen Beschreibung des Kompetenzmodells wird noch nicht dessen „Geist“ erfasst. Dieser lässt sich am besten durch Bezug auf die *Grunderfahrungen* erläutern, die nach Winter (1995) jedem Schüler im Mathematikunterricht zu ermöglichen sind:

- Erscheinungen der Welt um uns, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, mithilfe von Mathematik in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen;
- mathematische Gegenstände als geistige Schöpfungen und als eine Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen;
- in der Auseinandersetzung mit Mathematik-Aufgaben heuristische Fähigkeiten, die über die Mathematik hinausgehen, zu erwerben.

Die vorliegenden Bildungsstandards Mathematik sind der Versuch, die Wintersche Allgemeinbildungs-Vision in breite Könnensanforderungen umzusetzen. Insofern sind die Bildungsstandards Mathematik nicht einfach nur die mathematikspezifische Konkretisierung allgemeiner Theorien und Modelle. Sie sind vielmehr dezidiert *fachspezifisch* konzipiert und rekurren auf in der Fachdidaktik Mathematik entwickelte, dort auf langen Traditionen und einem breiten Konsens basierende Vorstellungen über die Bildungsziele des Mathematikunterrichts. Die deutschen Mathematik-Standards enthalten „Mathematical Literacy“ im PISA-Sinne als Teil-Ziel, d. h. die Fähigkeit zur verständigen Verwendung von Mathematik in Problemsituationen. Sie lassen sich aber nicht hierauf reduzieren, wie mitunter wegen der Verwendung eng verwandter Kompetenzmodelle fälschlich angenommen wird, sondern gehen deutlich darüber hinaus und erfassen insbesondere auch rein formal-technische Fertigkeiten einerseits und innermathematische Argumentations- oder Problemlösekompetenzen andererseits. Dieser breite Begriff von mathematischer Bildung im Winterschen Sinne rechtfertigt es, von *Bildungsstandards* zu sprechen.

Die Konkretisierung und Operationalisierung der Bildungsstandards Mathematik geschieht, wie schon in Abschnitt 2 gesagt, über Aufgaben. Nehmen wir zur Illustration eines der von der KMK veröffentlichten Aufgabenbeispiele:

Abkürzung

Viele Autofahrer benutzen für die Fahrt von A nach B nicht die stark befahrenen Hauptstraßen, sondern einen „Schleichweg“. Äußere dich, ob die Abkürzung eine Zeitersparnis bringt, wenn man auf dem „Schleichweg“ durchschnittlich mit 30 km/h und auf den Hauptstraßen durchschnittlich mit 50 km/h fahren kann.

Abb. 1: Aufgabe „Abkürzung“

Die Aufgabe gehört zur Leitidee „Messen“. Sie stellt sicherlich „nur“ eine eher konventionelle eingekleidete Aufgabe dar. Dennoch müssen zu ihrer Lösung gewisse Kompetenzen im Sinne der Bildungsstandards aktiviert werden. Zuerst muss der Text sinntnehmend gelesen werden (dies gehört zum Kommunizieren), dann muss die Situation in die Mathematik übersetzt werden (eine Teil-Kompetenz des Modellierens). Es muss ein Lösungsweg zurechtgelegt werden und es müssen geeignete Hilfsmittel herangezogen werden (Problemlösen). Zwischen Text, Bild und formalen Symbolen (Zahlen, ggfs. Variable) muss hin- und hergewechselt werden (Darstellen), und es muss formal gerechnet werden, z. B. (nicht notwendig, das hängt vom Lösungsweg ab) mittels Satz von Pythagoras (technisch Arbeiten). Das mathematische Ergebnis muss in der Ausgangssituation interpretiert und dort validiert werden (wieder eine Teil-Kompetenz des Modellierens), und schließlich muss eine Antwort auf die Fragestellung gegeben werden (nochmals Kommunizieren). Obwohl die meisten Tätigkeiten beim Lösen dieser Aufgabe eher wenig anspruchsvoll sind (u. a. das Modellieren), wird man sie wegen der etwas höheren Problemlöse-Anforderungen insgesamt doch im Anforderungsbereich II einordnen.

4. Illustration und Normierung der Mathematik-Standards mittels Aufgaben

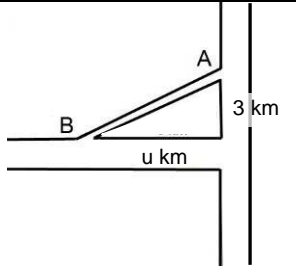
Die Analyse am Ende von Abschnitt 3 hat schon aufgezeigt, worauf es ankommt: Man muss, um die Bildungsstandards mit Leben zu füllen, die „Kompetenzbrille“ aufsetzen und gegebene Aufgaben konsequent daraufhin analysieren bzw. neue Aufgaben daraufhin konstruieren, welche Kompetenzen auf welchem Niveau zu ihrer Lösung mindestens erforderlich sind. Die Konkretisierung der Mathematik-Standards geschieht dann über geeignete *Aufgabensets*, die ausgewogen über Leitideen, Kompetenzen und Niveaus verteilt sind. Wie erhält man solche Sets? Die naheliegende Antwort ist: indem man vorhandene Aufgaben analysiert und dann für die defizitären Bereiche so lange gezielt ergänzende Aufgaben konstruiert, bis eine ausgewogene Verteilung und ein zweckadäquater Umfang von Aufgaben erreicht ist. Eine Strategie, mit der man in übersichtlicher und kontrollierter Weise neue Aufgaben generieren kann, ist die gezielte *Variation* einer Aufgabe (vgl. dazu Biemann, Wiegand & Blum 2003). Wie dies für die Aufgabe „Abkürzung“ geschehen kann, wird in Blum (2005) gezeigt. Zum Beispiel kann man diese eingekleidete Aufgabe auf ihren mathematischen Kern reduzieren (was allerdings die vorher mögliche Lösungsvielfalt mit einschränkt):

In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten 3 cm und 5 cm lang. Berechne die Länge der Hypotenuse.

Abb. 2: Variation 1 der KMK-Aufgabe „Abkürzung“

Oder man kann eine sehr anspruchsvolle, zur Leitidee Funktionaler Zusammenhang gehörige Aufgabe daraus machen, indem man die Straßensituation verallgemeinert:

Straßensituation verallgemeinert wie nebenstehend.



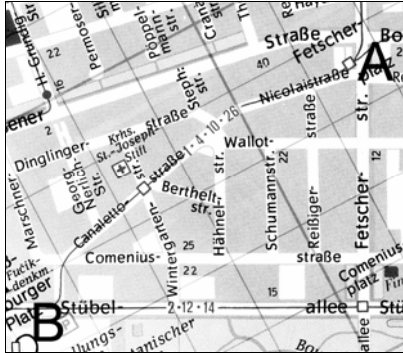
Nimm an, dass man auf dem Schleichweg mit durchschnittlich 30 km/h fahren kann.

a) *Wie hoch darf die Durchschnittsgeschwindigkeit auf den Hauptstraßen höchstens sein, wenn die Abkürzung eine Zeitersparnis bringen soll? Erstelle für diese Höchstgeschwindigkeit v in Abhängigkeit von der Straßenlänge u eine Wertetabelle und einen Graphen.*

b) *Begründe ohne zu rechnen: Die in a) beschriebene Höchstgeschwindigkeit v erreicht für eine gewisse Länge u einen größtmöglichen Wert.*

Abb. 3: Variation 2 der Aufgabe „Abkürzung“

Wenn man eine reale Straßensituation hernimmt und allgemeiner fragt, ob sich der Schleichweg „lohnt“, erhält man eine Aufgabe, in der alle Kompetenzen gefordert sind, insbesondere nun auch realitätsnahes Modellieren (Berücksichtigung von Ampeln oder Tageszeiten, Einbezug ökologischer Aspekte u. a. m.):



Maßstab 1:20 000

Gegeben ist obiger Kartenausschnitt.

Viele Autofahrer benutzen für die Fahrt von A nach B nicht die stark befahrenen Hauptstraßen, sondern einen „Schleichweg“.

Lohnt sich der Schleichweg? Begründe deine Antwort.

Abb. 4: Variation 3 der Aufgabe „Abkürzung“

Zahlreiche hilfreiche Anregungen, wie Aufgabenvariationen systematisch vorgenommen werden können, gibt Schupp (2002), der dabei in erster Linie Schüler als Akteure im Blick hat. Diese Variationstechniken sind aber natürlich gleichermaßen für Lehrer und andere professionelle Aufgabentwickler hilfreich. U. a. unterscheidet er Strategien wie Analogisieren, Verallgemeinern, Spezialisieren, Grenzfälle Betrachten, Umorientieren, Zerlegen, Kombinieren, Umkehren oder Extremalisieren.

Was ein „geeignetes“ Aufgabenset ist, hängt natürlich wesentlich vom damit verfolgten Zweck ab: Soll es zur Generierung von Tests dienen, mit denen die Standardreichung überprüft werden kann, oder soll es zur *Illustration* der Standards in ihrer ganzen Breite dienen, wie sie sich im Unterricht entfalten kann und soll? Für *Überprü-*

fungszwecke müssen die Aufgaben gewissen einschränkenden Bedingungen genügen, sie müssen individuell bearbeitbar sowie reliabel korrigierbar und kodierbar sein. Hierfür sind – das zeigen auch PISA-Erfahrungen – durchaus nicht nur geschlossene Aufgabenformate verwendbar. Für *Unterrichtszwecke* können noch offenere Aufgabenformate verwendet werden, bis hin zu problemhaltigen Situationen, zu denen Fragestellungen erst noch generiert werden müssen.

Die eben beschriebene Unterscheidung zwischen Aufgaben für den Unterricht und Aufgaben für Leistungsüberprüfungen, oder kurz: zwischen *Lernaufgaben* und *Testaufgaben*, wird derzeit viel diskutiert (vgl. Büchter & Leuders 2005). Unserer Meinung nach sollte man keine so strikte Trennlinie ziehen. Sicher kann man wie eben schon gesagt für Unterrichtszwecke ein deutlich breiteres Aufgabenspektrum verwenden. Aber das Spektrum sinnvoller und möglicher Testaufgaben ist – das zeigt auch PISA – viel breiter als das, was im alltäglichen deutschen Mathematikunterricht i. a. als Lernaufgaben eingesetzt wird. Und die meisten Testaufgaben sind auch im Unterricht verwendbar und können jedenfalls zu Lernaufgaben umgestaltet werden (man vergleiche wieder die bei Schupp 2002 gegebenen Anregungen, insbesondere in Richtung einer stärkeren Öffnung von Aufgaben). Zudem zwingt der reflektierte Einsatz einer Aufgabe zu Leistungsüberprüfungszwecken zu einer präzisen Analyse dessen, worum es bei der Aufgabe geht, welche Kompetenzen involviert sind, was von den Bearbeitern erwartet wird und wie Schülerlösungen beurteilt werden sollen – lauter Aspekte, die auch für den Unterricht wichtig sind (sein sollten). Natürlich ist es in jedem Fall sinnvoll, bei einer gegebenen Aufgabe stets nach ihrem Zweck zu fragen und die analytische Unterscheidung zwischen Lernen (Unterricht) und Leisten (Klassenarbeiten und Tests) stets im Bewusstsein zu behalten, und selbstverständlich sollen (siehe Abschnitt 1) Lernen und Beurteilen im Unterricht keinesfalls vermischt werden.

Aufgaben im Geiste der Bildungsstandards Mathematik müssen natürlich nicht alle neu konstruiert werden, es gibt bereits eine – gerade aus den letzten Jahren stammende – große Fülle von kompetenzorientierten Aufgaben. Erwähnt seien die Bücher und Broschüren von HergetScholz (1998), Herget, Jahnke & Kroll (2001), Dockhorn & Leiß (2002), Druke-Noe & Leiß (2005), Büchter & Leuders (2005), die Materialien aus dem SINUS-Projekt (siehe www.blk.mat.uni-bayreuth.de und www.sinus-transfer.de) und die ISTRON-Schriftenreihe im Franzbecker-Verlag. In Vorbereitung ist eine Broschüre, die von der KMK und dem neu etablierten Institut für die Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB Berlin) herausgegeben wird und zur breiten *Illustration* der Bildungsstandards Mathematik dienen soll. Verantwortlich für die Erstellung dieser Broschüre ist das deutsche PISA-Konsortium 2006, federführend wird dieser Prozess von unserer Arbeitsgruppe in Kassel koordiniert. Die Aufgaben für diese Broschüre werden von Lehrer-Teams entwickelt, die von den Bundesländern delegiert worden sind. Bewertet werden die Aufgaben von einer von der KMK eingesetzten Gruppe aus Fachdidaktikern. Die Broschüre wird nicht eine bloße Aufgabensammlung sein, sondern wird auch – neben einer Erläuterung der Philo-

sophie der Bildungsstandards Mathematik – Aufgabenanalysen, Schülerlösungen und deren Analyse, Unterrichtsvorschläge und Ideen zur Aufgabenvariation enthalten. Mit einer Publikation ist im Frühjahr 2006 zu rechnen.

Schon länger als diese Illustrationsarbeiten laufen (seit Frühjahr 2004) Arbeiten zur Generierung eines Aufgabensets, das zu Testzwecken eingesetzt werden kann. Diese Arbeiten zur *Normierung* der Bildungsstandards Mathematik werden i. w. von denselben Gruppen durchgeführt, verantwortlich sind ebenfalls das deutsche PISA-Konsortium 2006 bzw. die Kasseler Arbeitsgruppe. Bis Ende 2004 sind etwa 1250 Aufgaben entwickelt worden. Der Feldtest (mit 650 Aufgaben) ist im Frühjahr 2005 durchgeführt worden, der Haupttest (mit 300 Aufgaben) läuft parallel zu PISA im Frühjahr 2006. Ziel ist nicht eine Überprüfung, inwieweit deutsche Schüler die Standards erfüllen, sondern erstens eine Überprüfung der Aufgaben im Hinblick auf ihre Brauchbarkeit für standardbezogene Testungszwecke, zweitens eine Prüfung des zugrundeliegenden Kompetenzmodells und drittens eine Generierung und inhaltliche Beschreibung von Kompetenzstufen (zu diesem – leider immer wieder missverstandenen – Begriff siehe Neubrand et al. 2002, Knoche et al. 2002 und Blum et al. 2004). Nach Auswertung des Haupttests wird ein Teil der Aufgaben zur weiteren Illustration der Standards veröffentlicht werden, zusammen mit den zugehörigen empirischen Daten (was diese Aufgaben für Lehrkräfte besonders wertvoll macht). Ein anderer Teil der Aufgaben bleibt unveröffentlicht und dient zur Justierung und Normierung von Tests, die in einzelnen Bundesländern konzipiert werden.

Mathematik ist das Pilotfach, für welches diese neuen Strukturen zur Aufgabengenerierung erprobt und passende Modelle zur Standardüberprüfung und Operationalisierung entwickelt werden. Es ist geplant, dass andere Fächer folgen. Hiermit hat die KMK das IQB beauftragt. Dass Mathematik als Pilotfach ausgewählt worden ist, darf als Indiz dafür angesehen werden, wie weit die Entwicklung von Kompetenzmodellen in der Fachdidaktik Mathematik relativ zu anderen Fächern bereits vorangeschritten ist; hieran hat die PISA-Studie einen ganz erheblichen Anteil. Natürlich gibt es hier noch einen sehr großen, theoretischen wie empirischen Entwicklungsbedarf. U. a. ist auch die Frage offen, inwiefern die (theoretischen) Anforderungsbereiche bzw. die (empirischen) Kompetenzstufen auch wesentliche Züge individueller oder kohortenbezogener Kompetenzentwicklung über die Zeit hinweg beschreiben. Der laufende Normierungsprozess kann zu einigen dieser offenen Fragen einen substantiellen Beitrag leisten, sie aber sicherlich noch nicht abschließend klären. In jedem Fall wäre schon viel gewonnen, wenn im Zuge der Diskussionen um Bildungsstandards die Unterscheidung von *theoretisch* (kognitiv) definierten „Anforderungsbereichen“ (Anspruch der geforderten Tätigkeit) bzw. „Kompetenzklassen“ (Art der geforderten Tätigkeit) einerseits und von *empirisch* generierten „Kompetenzstufen“ andererseits nun überall zur Kenntnis genommen würde.

5. Qualitätsentwicklung durch Bildungsstandards

Wie kann die in Abschnitt 1 angemahnte *Qualitätsentwicklung* umgesetzt werden? Ein praktikables und fundiertes Modell ist in Deutschland schon 1998 nach Veröffentlichung der TIMSS-Ergebnisse implementiert worden und läuft in ausgeweiteter Form (bundesweit derzeit mehr als 1500 Schulen) bis vorerst 2007: das Qualitätsentwicklungsprojekt *SINUS* (Prenzel & Baptist 2001). Die konstitutiven Prinzipien von *SINUS* Mathematik sind die folgenden (Blum et al. 2000):

- „*Neue Unterrichtskultur*“ als Ziel: Der Mathematikunterricht soll sich an den in Abschnitt 1 genannten Qualitätskriterien orientieren.
- „*Neue Aufgabenkultur*“ als Mittel: Der Mathematikunterricht lässt sich vor allem auch über geeignete Aufgaben verändern (Bruder 2003), da das Umgehen mit Aufgaben im Zentrum des Unterrichts steht (Walther 1986); angestrebt wird eine an den Qualitätskriterien orientierte Behandlung eines breiten Spektrums von bildungsgangsadäquaten kompetenzorientierten Aufgaben, für den Unterricht wie auch für Tests und Klassenarbeiten.
- „*Neue Kooperationskultur*“ als Rahmen: Unterrichtsentwicklung kann nicht bloß von einzelnen Lehrkräften betrieben werden, das ist Sache des ganzen Fachkollegiums; weitergehend wird die Zusammenarbeit zwischen verschiedenen Schulen, zwischen Schulen und Universitäten und allgemeiner zwischen Schulen und allen „Unterstützungssystemen“ intensiviert.

Welche Rolle können Bildungsstandards bei solchen Qualitätsentwicklungsprozessen spielen? Zunächst einmal haben Projekte wie *SINUS* dasselbe *Ziel* wie die Bildungsstandards, nämlich die Steigerung der mathematischen Bildung der Schüler, gemessen an den erreichten Kompetenzen. Weiter ist auch der *inhaltliche Kern* derselbe, nämlich kompetenzorientierte Aufgaben. Dadurch, dass die Ziele des Unterrichts verbindlicher werden als bisher, erhöht sich die *Verpflichtung* zur Orientierung an Unterrichtsqualität. Denn (vgl. Abschnitt 1) höchstens ein Unterricht, der Qualitätsanforderungen genügt, kann Effekte auf Schüler-Leistungen und -Einstellungen haben. Eine zweite Rolle von Bildungsstandards bei der Qualitätsentwicklung ist ebenso offensichtlich: Die illustrierenden Aufgaben (vgl. Abschnitt 4) können als *Material* – neben anderem – für die *Neue Aufgabenkultur* verwendet werden.

Insofern sind Projekte wie *SINUS* eine adäquate Umsetzung der mit Bildungsstandards verbundenen Intentionen. Hätte es *SINUS* noch nicht gegeben, so hätte man ein entsprechendes Programm zur Unterrichtsentwicklung als Antwort auf die Einführung von Standards kreieren müssen. Man kann also die seit 1998 laufende *SINUS*-Arbeit wohlbegründet als Nachweis ansehen, dass Mathematik-Standards tatsächlich umgesetzt werden können.

Was heißt das für die konkrete Arbeit in der Schule? Hier nur drei von vielen Aspekten:

- Lehrer betrachten alle eingesetzten Aufgaben (Unterrichts-, Haus- und Leistungsüberprüfungsaufgaben)

und die zugehörigen Schülerlösungen konsequent mit dem „Kompetenz-Blick“: Welche Kompetenzen sind bei dieser Aufgabe auf welchem Niveau gefordert? Auf welche Kompetenzen lässt diese Schülerlösung schließen, wo gibt es noch Probleme und Defizite?

- Bei Auswahl und Erstellung von Unterrichtsmaterialien bilden Stoffinhalte und Kompetenzen stets eine Einheit.
- Bei curricularen Absprachen im Fachkollegium (wie z. B. bei der Aufstellung von Stoffverteilungsplänen) werden auch die beabsichtigten Auswirkungen auf den langfristigen Aufbau von Kompetenzen bedacht.

Natürlich gibt es hier noch erheblichen Forschungsbedarf. Weder ist die tatsächliche Kompetenzentwicklung von Schülern (individuell, auf Klassenebene, auf Schulebene oder auf Systemebene) über längere Zeiträume untersucht worden noch sind Zusammenhänge zwischen Unterrichtsmerkmalen und Kompetenzaufbau über solche Zeiträume aufgestellt worden (einen ersten Schritt in diese Richtung geht das Projekt *PALMA*; siehe Pekrun et al. 2004). Es ist auch wie gesagt noch unklar, inwieweit die derzeit verwendeten Kompetenzmodelle ein geeignetes Beschreibungs- und Analyseinstrument hierfür darstellen. Eine Teilfrage in diesem Kontext ist die nach sinnvollen Kriterien zur Festlegung eines Maßstabs, wann bei einem Individuum oder einer Gruppe von „Standard erreicht“ gesprochen werden kann. Das sind alles genuine Aufgaben der Mathematik-Didaktik. Insofern können und sollten die Einführung von Standards und die damit verbundenen Diskussionen auch die Mathematik-Didaktik als Wissenschaft weiterbringen.

6. Risiken und Erfolgsbedingungen

Wie bei jedem Instrument ist auch bei den Bildungsstandards ein Missbrauch möglich und sind *Risiken* mit der Einführung verbunden. Das ist prinzipiell nicht vermeidbar, wichtig ist nur, dies von vorneherein in alle Implementations-Überlegungen mit einzubeziehen und gegen missbräuchliche Verwendungen vorzugehen. Dabei wäre es unangemessen (was mitunter geschieht), alle potentiellen Gefahren dem Instrument *selbst* anzulasten. So ist es natürlich immer möglich, Tests zu *Selektionszwecken* zu verwenden. Dies mag ein Zweck mancher Tests sein, etwa wenn Abschlüsse vergeben werden sollen, und sollte dann auch so verdeutlicht werden. Der primäre Zweck standardbezogener Tests ist aber eine Diagnose des Stands des Kompetenzaufbaus von Schülern bzw. Schülergruppen und ein Sichtbarmachen von Förderbedarfen.

Ebenso besteht natürlich immer die Gefahr, dass Unterricht sich auf Mess- und Testbares konzentriert und zu einer Testvorbereitungsunternehmung degeneriert („*teaching to the test*“), anders ausgedrückt: dass der Unterschied zwischen Lern- und Testaufgaben (vgl. Abschnitt 4) gänzlich aus dem Blick gerät. Das ist allerdings keineswegs neu oder nur durch Bildungsstandards zu erwarten. Einer der Haupt-Vorwürfe gegen den alltäglichen Mathematikunterricht in Deutschland ist doch gerade, dass er in großen Teilen ein Übungsfeld für Aufgabentypen darstellt, die in der jeweils nächsten Klassenarbeit „drankommen“. Während dies für die gängigen, verfahrensorientierten Aufgabentypen recht weitgehend funkti-

oniert (so dass unsere Klassenarbeiten immer ein systematisch nach oben verzerrtes Bild der Wirklichkeit abgeben), wird dies bei breiter kompetenzorientierten Aufgaben weitgehend versagen. Kompetenzaufbau ist ein langfristiger Prozess, der nur (höchstens) durch einen durchgängig qualitativ anspruchsvollen Unterricht bewirkt werden kann. Dennoch liegt in einer Konzentration auf Testaufgaben und damit einer Reduktion des Standard-Gedankens auf bloßes Testen eine naheliegende Gefahr.

Man sollte sich also einerseits davor hüten, für alle möglichen Missbräuche und Missverständnisse das Instrument Bildungsstandards verantwortlich zu machen. Andererseits sollte man die Risiken offen benennen. Wir sehen die größte Gefahr darin, dass auch Lehrkräfte, die die besten Absichten haben, die Bildungsstandards umzusetzen, dem Trugschluss unterliegen, es sei mit dem bloßen *Auswechseln der Aufgabentypen* in Unterricht und Klassenarbeiten getan, man müsse halt nur die verfahrensorientierten Aufgaben in Teilen durch Modellierungs- oder Argumentationsaufgaben ersetzen. Ohne eine Veränderung der „Unterrichtskultur“ sind (wie in Abschnitt 5 ausgeführt) keine Effekte zu erwarten. Nun werden einige der anspruchsvollen, kompetenzorientierten, multipel lösbaren Aufgaben eine neue Unterrichtskultur geradezu erzwingen, weil sie sich dem klassischen (nur fragend-entwickelnden und individuell-übenden) Unterrichtsmuster prinzipiell entziehen. Der Übergangsprozess zu einem anderen Unterricht sollte aber bewusst und kontrolliert erfolgen, gesteuert von den wichtigsten Akteuren, den Lehrkräften.

Dies leitet zum letzten Teil über: Was muss, positiv formuliert, an *Maßnahmen* in die Wege geleitet werden, damit das Unternehmen Bildungsstandards Erfolg hat und zur intendierten Qualitätsentwicklung führt? Da ist an erster Stelle *Lehrerfortbildung* zu nennen. Die Einführung von Standards ist, damit sie rasch wirksam werden kann, i. w. „von oben“ erfolgt, initiiert von der Politik und konzipiert von der Wissenschaft. Nun muss aber rasch die gesamte Lehrerschaft einbezogen werden, d. h. mit Geist und Intentionen der Standards vertraut gemacht und alltagspraktisch handlungsfähig gemacht werden. Lehrer müssen dazu befähigt werden, in selbstverständlicher Weise standardbezogen zu arbeiten. Das gilt natürlich auch für zukünftige Lehrer in Universitäten und Stundenseminaren, so dass auch die *Lehrerausbildung* reagieren muss.

Standardbezogenes Arbeiten bedeutet eine Veränderung der Unterrichtspraxis. Deshalb müssen – so wie bei SINUS – Lehrerfortbildung und *Unterrichtsentwicklung* Hand in Hand gehen. Nötig ist ein flächendeckendes Programm, entweder bundesweit („SINUS für alle“) oder spezifisch für einzelne Bundesländer. Hierfür sind geeignete *Materialien* nötig, so wie die in Abschnitt 4 erwähnte Broschüre. Es ist zu hoffen, dass die Schulbuchverlage in Zukunft nur noch im Geiste der Standards konzipierte, d. h. kurz gesagt an einem breiten Spektrum mathematischer Kompetenzen orientierte Schulbücher herausbringen. Dies wird umso rascher geschehen, je vehementer die Lehrerschaft dies fordert und bei der Auswahl honoriert.

Was ebenfalls ansteht, ist ein Umarbeiten der bestehenden, i. a. stark inhaltsorientierten und tendenziell überla-

denen Lehrpläne zu schlanken *Kerncurricula*. So lange das noch nicht der Fall ist (und in unserem föderalen System kann es lange dauern, bis dies flächendeckend erreicht ist), d. h. so lange Lehrer mit dem Widerstreit zwischen verbindlichen stofforientierten Lehrplänen und verbindlichen kompetenzorientierten Bildungsstandards leben müssen, ist die naheliegende Lösung, Lehrpläne großzügig im Sinne von Kerncurricula zu *interpretieren*. Hierzu sollte die Bildungspolitik ausdrücklich ermutigen. Natürlich relativiert sich dieses Problem in der Alltagspraxis: Richtschnur sind oft weder Lehrpläne noch Standards, sondern Schulbücher und in zunehmendem Maße auch die zentralen Vergleichs- und Abschlussarbeiten.

Schließlich ist noch völlig offen, wie standardbezogene Evaluationen tatsächlich durchgeführt werden und wie mit den Ergebnissen umgegangen wird. Nötig ist also die Etablierung eines zwischen den Bundesländern gut abgestimmten *Evaluationssysteme* mit begleitenden *Förderprogrammen* zur Reaktion auf erkannte Schwachpunkte. Das ist bei uns im Einzelnen Ländersache, aber dem IQB kommt dabei eine wichtige richtungsweisende und koordinierende Rolle zu. Dass es keine systematische Förderung in unserem Bildungssystem gibt, ist - international gesehen – einer der größten Schwachpunkte. Die Einführung von Bildungsstandards muss Anlass sein, dies zu ändern.

Bildungsstandards können nur Erfolg haben, wenn das gesamte eben skizzierte Maßnahmenbündel (was sicher nicht en passant und zum Nulltarif zu haben ist) rasch und entschlossen auf den Weg gebracht wird. Andernfalls kann das Projekt Standards leicht scheitern. Wir möchten es zum Abschluss positiv formulieren: Wenn dieses Maßnahmenbündel realisiert wird, besteht eine *große Chance* zur substantiellen Verbesserung der mathematischen Bildung in unserem Land.

Literatur

- Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.-J.; Weiß, M. (Deutsches PISA-Konsortium) (Hrsg.) (2001): *PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske & Budrich.
- Baumert, J.; Kunter, M.; Brunner, M.; Krauss, S.; Blum, W.; Neubrand, M. (2004): Mathematikunterricht aus Sicht der PISA-Schülerinnen und -Schüler und ihrer Lehrkräfte. In Prenzel, M.; Baumert, J.; Blum, W.; Lehmann, R.; Leutner, D.; Neubrand, M.; Pekrun, R.; Rolff, H.-G.; Rost, J.; Schiefele, U. (Hrsg.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland - Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleiches*. Münster: Waxmann, 314-354
- Baumert, J.; Lehmann, R.; Lehrke, M.; Schmitz, B.; Clausen, M.; Hosenfeld, I.; Köller, O.; Neubrand, J. (1997): *TIMSS - Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich*. Opladen: Leske und Budrich.
- Biermann, M.; Blum, W. (2001): Eine ganz normale Mathestunde? Was „Unterrichtsqualität“ konkret bedeuten kann. *mathematik lehren*, 108, 52-54.
- Blum, W. (2001): Was folgt aus TIMSS für Mathematikunterricht und Mathematiklehrerausbildung? In BMBF (Hrsg.), *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht*, Bonn, 75-83
- Blum, W. (2005): Kann man eine Abkürzung ausweiten? – Variationen zu einer Aufgabe aus den Bildungsstandards Mathematik. In *mathematica didactica*, 28,1, 7-14.

- Blum, W. et al. (2000): *Gute Unterrichts-Praxis – Zwei Jahre hessische Modellversuche im BLK-Programm zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts*. Frankfurt: Hessischen Landesinstitut für Pädagogik.
- Blum, W.; Leiß, D. (2005): Modellieren im Unterricht mit der „Tanken“-Aufgabe. In: *mathematik lehren*, 128, 18-21.
- Blum, W.; Neubrand, M.; Ehmke, T.; Senkbeil, M.; Jordan, A.; Ulfig, F.; Carstensen, C. (2004): Mathematische Kompetenz. In PISA-Konsortium Deutschland (Hrsg.): *PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs*. Münster, New York, München & Berlin: Waxmann, 47-92.
- Bruder, R. (2003): Konstruieren – Auswählen – Begleiten. Über den Umgang mit Aufgaben. In *Friedrich Jahresheft XXI*, Seelze, 12-15.
- Büchter, A.; Leuders, T. (2005): *Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen*. Berlin: Cornelsen
- Dockhorn, C.; Leiß, D. (2002): *PISA weitergedacht. Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht*. Wiesbaden: Hessisches Landesinstitut für Pädagogik
- Drüke-Noe, C.; Leiß, D. (2005): *Standard-Mathematik von der Basis bis zur Spitze. Grundbildungsorientierte Aufgaben für den Mathematik-Unterricht*. Wiesbaden: Institut für Qualitätsentwicklung.
- Helmke, A. (2003): *Unterrichtsqualität – erfassen, bewerten, verbessern*. Seelze: Kallmeyer
- Helmke, A.; Weinert, F. (1997): Bedingungsfaktoren schulischer Leistungen. In Weinert, F. (Hrsg.), *Sonderdruck aus Enzyklopädie der Psychologie – Psychologie des Unterrichts und der Schule*. Göttingen, Bern, Toronto, Seattle: Hogrefe – Verlag für Psychologie, Band 3, 71-176.
- Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W. (2001): *Produktive Aufgaben für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe I*. Berlin: Cornelsen.
- Herget, W.; Scholz, D. (1998): *Die etwas andere Aufgabe – aus der Zeitung*. Seelze: Kallmeyer.
- Jordan, A.; Ross, N.; Krauss, S.; Baumert, J.; Blum, W.; Neubrand, M.; Brunner, M.; Kunter, M.; Löwen, K. (2005): *Klassifikationsschema für Mathematikaufgaben. Dokumentation der Aufgabenkategorisierung im COACTIV-Projekt*. Berlin: Max-Planck-Institut.
- Kaiser, G. (1999): *Unterrichtswirklichkeit in England und Deutschland. Vergleichende Untersuchungen am Beispiel des Mathematikunterrichts*. Weinheim: Beltz
- Klieme, E.; Neubrand, M.; Lüdtke, O. (2001): Mathematische Grundbildung: Testkonzeption und Ergebnisse. In Baumert, J.; Klieme, E.; Neubrand, M.; Prenzel, M.; Schiefele, U.; Schneider, W.; Stanat, P.; Tillmann, K.-J.; Weiß, M. (Hrsg.): *PISA 2000 – Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich*, Opladen: Leske und Budrich, 141-191.
- Klieme, E. et al. (2003): *Zur Entwicklung nationaler Bildungsstandards. Eine Expertise* (hrsg. vom Bundesministerium für Bildung und Forschung). Bonn: BMBF.
- Knoche, N.; Lind, D.; Blum, W.; Bruder, R.; Cohors-Fresenborg, E.; Flade, L.; Löding, W.; Möller, G.; Neubrand, J.; Neubrand, M.; vom Hofe, R.; Wynands, A. (Deutsche PISA-Expertengruppe Mathematik) (2002): Die PISA-Studie, einige Ergebnisse und Analysen. In *Journal für Mathematik-Didaktik* 23, 3/4, 159-202.
- Leuders, T. (2001): *Qualität im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I und II*. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- The National Council of Teachers of Mathematics (Ed.) (2000): *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: Graphic Arts Center.
- Neubrand, J. (2002): *Eine Klassifikation mathematischer Aufgaben zur Analyse von Unterrichtssituationen. Selbsttätiges Arbeiten in Schülerarbeitsphasen in den Stunden der TIMSS-Video-Studie*, Franzbecker: Hildesheim & Berlin.
- Neubrand, M.; Biehler, R.; Blum, W.; Cohors-Fresenborg, E.; Flade, L.; Knoche, N.; Lind, D.; Löding, W.; Möller, G.; Wynands, A. (2001): Framework zur Einordnung des PISA Mathematik-Tests in Deutschland. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 33 (2), 45-60.
- Neubrand, M., Klieme, E., Lüdtke, O.; Neubrand, J. (2002): Kompetenzstufen und Schwierigkeitsmodelle für den PISA-Test zur mathematischen Grundbildung. In *Unterrichtswissenschaft*, 30, 100-119.
- Niss, M. (2003): Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project. In Gagatsis, A.; Papastavridis, S. (Eds.): *3rd Mediterranean Conference on Mathematical Education*. Athens – Hellas 3-4-5 January. Athens: The Hellenic Mathematical Society, 115-124.
- OECD (2003): *The PISA 2003 Assessment Framework – Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OECD Publication Service.
- Pekrun, R.; Götz, Th.; vom Hofe, R.; Blum, W.; Jullien, S.; Zirngibl, A.; Kleine, M.; Wartha, S.; Jordan, A. (2004): Emotionen und Leistungen im Fach Mathematik: Ziele und erste Befunde aus dem „Projekt zur Analyse der Leistungsentwicklung in Mathematik“ PALMA. In Doll, J.; Prenzel, M. (Hrsg.): *Bildungsqualität von Schule – Lehrerprofessionalisierung, Unterrichtsentwicklung und Schülerförderung als Strategien der Qualitätsentwicklung*. Münster, New York, München & Berlin: Waxmann, S. 345-363.
- Prenzel, M., Baumert, J., Blum, W., Lehmann, R., Leutner, D., Neubrand, M., Pekrun, R., Rolff, H.-G., Rost, J.; Schiefele, U. (Hrsg.) (2004): *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleiches*. Münster: Waxmann.
- Prenzel, M.; Baptist, P. (2001): Das BLK-Modellversuchsprogramm Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts. In BMBF (Hrsg.): *TIMSS – Impulse für Schule und Unterricht*. Bonn: BMBF Publik, 59-73.
- Schupp, H. (2002): *Thema mit Variationen oder Aufgabenvariation im Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker.
- Walther, G. (1985): Zur Rolle von Aufgaben im Mathematikunterricht. In *Beiträge zum Mathematikunterricht*. Hildesheim: Franzbecker, 28-42
- Winter, H. (1995): Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In *Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik*, 61, 37-46

Autoren

- Blum, Werner, Prof. Dr., University of Kassel, FB 17, Heinrich-Plett-Straße 40, D-34132 Kassel.
Email: blum@mathematik.uni-kassel.de
- Drüke-Noe, Christina, University of Kassel, FB 17, Heinrich-Plett-Straße 40, D-34132 Kassel.
Email: drueke-noe@mathematik.uni-kassel.de
- Leiß, Dominik, University of Kassel, FB 17, Heinrich-Plett-Straße 40, D-34132 Kassel.
Email: dleiss@mathematik.uni-kassel.de
- Wiegand, Bernd, Dr., University of Kassel, FB 17, Heinrich-Plett-Straße 40, D-34132 Kassel.
Email: wiegand70@freenet.de
- Jordan, Alexander, University of Kassel, FB 17, Heinrich-Plett-Straße 40, 34132 D-Kassel.
Email: jordana@mathematik.uni-kassel.de