

Rückbezüge des Mathematikunterrichts und der Mathematikdidaktik in der BRD auf historische Vorausentwicklungen

Michael Toepell, Leipzig (Germany)

Kurzreferat: Folgende Aspekte werden behandelt: 1. Lehrerbildung und Schulmathematik im 19./20. Jahrhundert, 2. Zusammenhang von Schule und Universität, 3. Das Schicksal der Geometrie, 4. Pädagogische Komponenten.

Abstract: The following topics are discussed: 1. Teacher education and mathematics in schools in 19th/20th century, 2. Relations in mathematics between schools and universities, 3. Changing role of geometry in curricula, 4. Pedagogy and mathematics education.

Fragt man nach den Rückbezügen des Mathematikunterrichts in der Bundesrepublik nach 1945 und den damit zusammenhängenden didaktischen Fragen, so zeigt sich, daß die Wurzeln bis ins 19. Jahrhundert zurückgehen. Da die Entwicklung bis 1945 eine gemeinsame war, ergeben sich in den beiden historisch orientierten Berichten (E 1) gegenseitig ergänzende Berührungspunkte. Durch eine chronologisch orientierte Darstellung wird angestrebt, die einzelnen Rückbezüge in die Gesamtentwicklung einzubetten. Dies geschieht auch, um eine allzu heterogene Form zu vermeiden.

Die inhaltlichen Rückbezüge zum Mathematikunterricht und seiner Didaktik stehen vielfach in Zusammenhang mit Fragen der Lehrerbildung und auch allgemeiner bildungspolitischer Entwicklungen. Daher werden auch hierzu - soweit das in dieser knappen Darstellung möglich ist - symptomatische Entwicklungsschritte einbezogen. Die Beispiele aus dem 19. Jahrhundert und dem beginnenden 20. Jahrhundert stammen vielfach aus dem *südlichen* Bereich Deutschlands. Es seien daher einige Bemerkungen zur Neugestaltung der Lehrerbildung im 19. Jahrhundert vorangestellt, um Verständnis zu gewinnen für die Entstehung neuer Inhalte und einzelner pädagogischer Komponenten, die zu den Wurzeln des Mathematikunterrichts in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts gehören. (Näheres zur Entwicklung des Mathematiklehrerberufs siehe [Schubring 1991], zur universitären Lehrerbildung insbesondere von 1850 bis 1925 siehe [Toepell 1996].)

Lehrerbildung und Schulmathematik im 19./20. Jahrhundert

Zwanzig Jahre nach Einführung des Abiturs wurden z.B. in München 1808 die universitären Lehramtsprüfungen *pro facultate docendi* für Lehrer an höheren Schulen eingerichtet. Mit dem entsprechenden Lehrerbildungsgesetz ist ein neuer akademischer Beruf geschaffen worden: der des Philologen, des wissenschaftlich ausgebildeten Gym-

nasiallehrers. Mit der Übernahme der Aufgaben des allgemeinbildenden universitären Grundstudiums gewann an den höheren Schulen neben den alten Sprachen die Mathematik zunehmend an Bedeutung.

Zugleich wurde mit der Neuorientierung des Gymnasiums die Ausbildung der Gymnasiallehrer zur Hauptaufgabe der Philosophischen Fakultäten. Wie in jenen Jahrzehnten auch an anderen Universitäten, so wurde in München 1856 für die Lehrerausbildung ein eigenes *mathematisch-physikalisches Seminar* geschaffen, aus dem später das heutige Mathematische Institut hervorgegangen ist. Im § 1 der Statuten des Seminars heißt es: "Der Zweck des Seminars ist die Ausbildung von Lehrern für Mathematik und Physik an höheren Lehr-Anstalten".

Im Gegensatz zum Berliner Seminar von KUMMER und WEIERSTRASS war das Münchner Seminar mit seiner didaktischen Ausrichtung ähnlich strukturiert wie das 1850 noch zu Lebzeiten von GAUß in Göttingen gegründete Seminar. Dies sei deshalb erwähnt, weil die ursprünglich didaktische Ausrichtung der Mathematischen Institute heute weitgehend in Vergessenheit geraten ist. An diesen beiden Universitäten gab es dann auch die ersten mathematikdidaktischen Habilitationen in Deutschland: RUDOLF SCHIMMACK (1881-1912) habilitierte sich 1911 in Göttingen für *Didaktik der mathematischen Wissenschaften* [Steiner 1978, XXIX]) und HUGO DINGLER (1881-1954) im Jahre 1912 in München für *Methodik, Unterricht und Geschichte der mathematischen Wissenschaften* [Toepell 1996, 259-266].

1864 kam es zur Gründung der ersten 4 *Realgymnasien* in Bayern, an denen Mathematik mit sieben bis acht Wochenstunden und auch die naturwissenschaftlichen Fächer besonders gepflegt wurden. Gegenüber den humanistischen Gymnasien (mit in der Regel nur rund vier Wochenstunden Mathematik) hatte man hier von Anfang an als neues Fach *Darstellende Geometrie* eingerichtet und den Mathematikunterricht um folgende Gebiete erweitert:

Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, dann arithmetische Reihen höherer Ordnung, allgemeinere Sätze aus der Reihenlehre, Kettenbrüche, Auflösungsverfahren von Gleichungen vierten Grades, Lehrsätze über höhere algebraische Gleichungen und Determinanten; dazu Gaußsche Gleichungen und Nepersche Analogien in der sphärischen Trigonometrie.

Diese Konzeption, die mit dem anspruchsvollen SÜVERNschen Lehrplan von 1816 vergleichbar ist, wurde allerdings - wie auch SÜVERNs Lehrplan - nur beschränkt realisiert (vgl. [Klein 1902, 65f.], [Steiner 1978, XIII]). Nach 27 Jahren brachte der Lehrplan von 1891 durch entsprechende Kürzungen eine wesentliche Einschränkung und Erleichterung. Wie sich zeigt, gehörte zu diesem weitgefaßten Programm auch die *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Erst nach vielen Jahrzehnten, in den 1970er Jahren, hat man sie wiederum in den höheren Schulen verankert. Da die Lehrenden dafür in der Regel nicht ausgebildet waren, war es Sache der Lehrerfortbildungsakademien, diesem Nachholbedarf zu entsprechen.

Um die Brücke zum 19. Jahrhundert, d.h. den Zusammenhang der Gegenwart mit einem früheren Entwicklungsstrom herzustellen, wäre zu überprüfen, inwiefern die Wahrscheinlichkeitsrechnung damals nicht nur ein

lehrplangegebener, sondern sogar ein tragfähiger Bestandteil der Schulmathematik war. Sicher gab es hier auch Unterschiede in den einzelnen Bundesländern, die von Interesse wären.

Ein heute elementar erscheinendes, aber fachlich keineswegs triviales Gebiet stand Ende des 19. Jahrhunderts erst am Beginn seiner Entwicklung: die Mengenlehre. Die Frage nach den grundlegenden Strukturen der Mathematik führte damals zur Begründung der Mengenlehre durch GEORG CANTOR (1845-1918). Obgleich mit ihr schwerwiegende Antinomien verbunden sind, hat sie sich als für die Grundlagen der Mathematik tragfähig erwiesen. Diese Tragfähigkeit führte Ende der 1960er Jahre im Mathematikunterricht der Bundesrepublik zu ihrer Einführung im Rahmen der sogenannten *Neuen Mathematik*, was an anderer Stelle bereits mehrfach thematisiert wurde (zur grundschuldidaktischen Entwicklung siehe [Steiner 1978, XXXff.]).

Zusammenhang von Schule und Universität

Durch die Realgymnasien und auch die späteren Oberrealschulen konnte die Hochschulmathematik allmählich vom elementaren Unterricht entlastet werden. Zugleich wurde dadurch die wissenschaftliche Entwicklung gefördert. Dies hatte aber auch andere weitreichende Konsequenzen, denn die *Kluft* zwischen Schule und Universität war damals bei weitem noch nicht so einschneidend wie heute. Verschiedene Seiten haben im 19. Jahrhundert den Zusammenhang der höheren Schulen mit den Universitäten noch bewußt gepflegt. Erste Klagen über eine Entfremdung "bis zur gegenseitigen Nichtbeachtung" treten dann Anfang des 20. Jahrhunderts auf [Klein 1902, 70] [Steiner 1978, XVI]. Es entwickelte sich ein zunehmendes Spannungsfeld zwischen kognitiven und sozialen Strukturen innerhalb der Gesamtmathematik [Steiner 1978, XI].

Da Universitätsdiplome in Mathematik erst nach dem zweiten Weltkrieg Verbreitung fanden, war über hundert Jahre lang das *Staatsexamen* die übliche Abschlußprüfung. Zahlreiche Hochschullehrer waren zunächst am Gymnasium tätig. Die dort gesammelte Lehr- und Unterrichtserfahrung kam ihnen an der Universität zugute. Man denke etwa an JAKOB STEINER (1796-1863), KARL WEIERSTRASS (1815-1897) oder HERMANN GRAßMANN (1809-1877). HERMANN GRAßMANN ist auch deshalb hervorzuheben, weil er 1844 mit seinem Buch über "Die lineale Ausdehnungslehre" die heute so genannte *Vektorrechnung* begründet hat. Die Vektorrechnung wurde rund 120 Jahre später, um 1964, in die Lehrpläne des Mathematikunterrichts der Bundesrepublik aufgenommen. Wenn auch nicht offiziell, so haben einzelne Lehrer Ansätze von GRAßMANN auch schon früher einbezogen. Das geht sogar bis in die 1870er Jahre zurück [Steiner 1978, XXf.] [Griesel;Steiner, 289].

Auch die Entwicklung der *Grundlagen der Geometrie* hat HERMANN GRAßMANN, der von DAVID HILBERT (1862-1943) mehrfach zitiert wird, beeinflußt. Eine entsprechende Untersuchung enthält der Tagungsband zur GRAßMANN-Jubiläumstagung [Toepell 1995]. Insofern geht unser heutiges behutsames, axiomatisches Vorgehen

in der Schulgeometrie auf GRAßMANN, HILBERT und KLEIN (1849-1925) zurück.

Von zentraler Bedeutung ist ebenfalls die Tätigkeit der *Internationalen Mathematischen Unterrichts-Kommission* (IMUK) am Anfang unseres Jahrhunderts. Sie wurde begünstigt durch die im Vergleich zu heute wesentlich größere Durchlässigkeit zwischen den Beschäftigungen als Hochschul- und Gymnasiallehrer. Universität und Schule haben enger zusammengearbeitet. Die Verbindung der höheren Schulen zu Universitäten wird nicht zuletzt an zahlreichen Promotions- und Habilitationsthesen, die sich auf den gymnasialen Mathematikunterricht beziehen, deutlich. Die damalige mathematikdidaktische Diskussion, die an der "Zeitschrift für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (ZMNU) und den "Unterrichtsblättern für Mathematik und Naturwissenschaften" (UMN) verfolgt werden kann, läßt bereits die Bildung didaktisch orientierter wissenschaftlicher Schulen erkennen [Burscheid 1984].

Um der sich abzeichnenden Kluft zwischen Universität und Schule im Bereich der Mathematik zu begegnen, hat KLEIN 1892 an der Göttinger Universität *Fortbildungs-Ferienkurse* für Mathematik- und Physiklehrer eingerichtet. Sie wurden zunächst in zweijährigem Rhythmus abgehalten. Die Grundgedanken des für das mathematisch-deduktive Denken des 20. Jahrhunderts richtungsweisenden Buches "Grundlagen der Geometrie" (Göttingen 1899; s. [Hilbert 1999]) hat HILBERT erstmals in einem dieser Ferienkurse dargestellt - im Osterferienkurs 1898 zum Thema "Über den Begriff des Unendlichen" (zum Inhalt siehe [Toepell 1986, 115-142]).

Neben weiteren Hochschulen richteten 1898 auch die Universitäten Bayerns derartige Ferienkurse ein, die es dort in anderen Fächern bereits seit 1890 gab. Diese vom Ministerium unterstützten jährlich stattfindenden Kurse waren regelmäßig mit einer Ausstellung von Lehrmitteln für den Mathematik- und Physikunterricht verbunden [Säckl 1984, 151]. Sie dauerten jeweils sechs Tage und wechselten zwischen den Universitätsstädten München, Würzburg und Erlangen. Im Vordergrund stand das Bemühen, einen Zusammenhang zwischen Universitätsmathematik und Schulmathematik herzustellen - auch um dem Lehrer den Anschluß an die höhere Mathematik weiterhin zu ermöglichen.

Dazu kommt, daß der Gymnasiallehrer des 19. Jahrhunderts noch eher ein *Fachgelehrter* war, was sich an einer Vielzahl von Schulprogrammen zeigt. Doch geht das zu Beginn des 20. Jahrhunderts unter der zunehmenden Arbeitsbelastung allmählich verloren. Das Lehrdeputat der Gymnasiallehrer wurde nach dem ersten Weltkrieg von vorher maximal 18 auf 23 Wochenstunden erhöht. So ist es - durch mehrere Faktoren bedingt - immer mehr zu einer weitgehenden Trennung von Schulmathematik und Universität gekommen. Diesem Trennungsprozeß entgegenzuwirken - den angehenden Lehrern verständlich zu machen, was für sie in ihrer fachwissenschaftlichen Ausbildung wichtig ist und warum - gehört heute ebenfalls zu den Aufgaben der Didaktik.

Das Schicksal der Geometrie

Die Untersuchung der Rückbezüge führt - unter Berücksichtigung der Rahmenbedingungen - auf die Frage nach weiteren Veränderungen der schulmathematischen Inhalte. Das Kerngebiet der Schulmathematik war im 19. Jahrhundert die Geometrie. Davon ist das einst eigenständige Schulfach *Darstellende Geometrie* heute sogar weitgehend ausgestorben. Nach seiner Einrichtung in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts gehörte auch die *Neuere Geometrie* dazu, unter der man damals die elementare projektive Geometrie und die Dreiecksgeometrie verstanden hat.

So standen zum Beispiel in der Abiturklasse von DAVID HILBERT 1879/80 am naturwissenschaftlich orientierten Königsberger Wilhelmsgymnasium folgende Gebiete auf dem Programm [Jahresbericht 1880, 39. S.a. Hilbert 1999, 352]:

"Wiederholung und Erweiterung der Trigonometrie. Wiederholung der Planimetrie und Stereometrie. Sätze der neueren Geometrie. Haupteigenschaften der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung. Anwendung der Algebra auf die Geometrie. Schwierigere quadratische Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Reziproke, kubische und biquadratische Gleichungen. Regelmäßige arithmetische und geometrische Uebungen. Alle 4 Wochen eine grössere Arbeit."

Drei von vier Abituraufgaben HILBERTS stammen aus der Geometrie. Vor allem die Dreiecksberechnungen und die geometrischen Konstruktionsaufgaben sind durchaus nicht trivial. Generell stand die Geometrie viel mehr im Vordergrund als heute. Zudem war die 1847 von VON STAUDT (1798-1867) in seiner "Geometrie der Lage" entwickelte metrikfreie projektive Geometrie ungewöhnlich schnell in die Schulmathematik aufgenommen worden. Die Rolle der Geometrie wurde dann in der Bundesrepublik der Nachkriegszeit weit zurückgedrängt. Es gibt mehrere Gründe dafür.

Einer der Gründe dafür ist sicher auch die erwähnte Einführung der Stochastik als Unterrichts- und Abiturfach innerhalb der Mathematik. Möchte man die weiteren Gründe verstehen und eine Brücke zur Entwicklung in der Nachkriegszeit bauen, muß man die Rolle der Geometrie etwas sorgfältiger untersuchen (siehe dazu allgemein: [Toepell 1994] und speziell bei Hilbert: [Toepell 1999]).

Der Rückgang der *projektiven Geometrie* in der Schule fällt zusammen mit der Einführung der Differentialrechnung in den allgemeinen höheren Unterricht zu Beginn des 20. Jahrhunderts. Infinitesimalrechnung war nach ihrem Verbot (1882 bzw. 1892 in Preußen) mit den von KLEIN initiierten *Meraner Reformvorschlägen* ab 1905 fakultativ und mit der RICHERTSchen Reform ab 1925 verpflichtend vorgesehen [Blum;Törner 1983, 182 u. 185]. Vor dem Verbot hatten bereits an verschiedenen Schulen, vor allem in Preußen und Württemberg, Methoden der Differentialrechnung Eingang gefunden, ehe es nach längeren Diskussionen schließlich zu diesem ersten Beispiel einer Curriculumreform größeren Stils in Deutschland kam [Steiner 1978, XIX].

KLEIN hatte darüber hinaus auch mehrere *geometrische Neuerungen* geplant. Unter anderem sollte der an EUKLID orientierte logisch-deduktive vom genetischen, anschaulich orientierten Aufbau abgelöst werden. Auch plante

man, Bewegungen und Abbildungen von Figuren bevorzugt heranzuziehen. Doch haben sich diese Neuerungen zunächst nicht durchgesetzt. Unter anderem erwies sich dabei das stabile System der Schularithmetik als Hindernis [Griesel;Steiner, 287].

Noch 1955 beklagte KUNO FLADT (1889-1977) das Fehlen eines wirklich durchgeführten Neuaufbaus [Fladt 1955, 68]:

"Es will mir heute noch nicht in den Sinn, daß die Kleinsche Reform auf diesem ihrem ureigensten Gebiet - denn Klein war ja Geometer und wird ja vor aller Welt immer wieder als solcher beschworen - nicht durchgedrungen ist."

FLADT gehörte anschließend zu den Mitbegründern der wohl einflußreichsten Reform des Geometrieunterrichts in der Bundesrepublik der Nachkriegszeit, der Einführung des *abbildungsgeometrischen* Vorgehens in der Schulgeometrie in den 60er Jahren. Allerdings hielt man sich hier nicht - wie in der Meraner Reform vorgesehen - an den erwähnten genetischen, anschaulich orientierten Aufbau, sondern verfolgte ein, wenn auch behutsames, axiomatisches Vorgehen. Ein Grund für dieses Vorgehen wird in dem damals 1959 von FRIEDRICH BACHMANN (1909-1982) entwickelten "Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff" gesehen.

Die Orientierung am axiomatischen Vorgehen führt zu einem weiteren Paradigma, das die projektive Geometrie in der Schule zurückgedrängt hat: 1899 erschienen die "Grundlagen der Geometrie" von DAVID HILBERT [Hilbert 1999], ein Werk, das ihn zu Weltruhm brachte. Damit hat sich gegen Ende des letzten Jahrhunderts ein bemerkenswerter Übergang vollzogen. HILBERT löste die bisher empirisch verankerte Geometrie von der ontologischen Bindung. Sein konsequent axiomatischer Aufbau war zugleich richtungsweisend für das mathematische Denken des 20. Jahrhunderts. Es wurde nach Erscheinen des Werkes sogar vorgeschlagen, diesen Aufbau in der Schule direkt zu übernehmen [Toepell 1986, 121].

Wie die Untersuchung von HILBERTS Manuskripten zeigt, bildet zwar die *projektive* Geometrie von ihrer Struktur her auch bei ihm einen wesentlichen Bestandteil der Grundlagen der Geometrie, dennoch hat aber HILBERT dieses Teilgebiet in seinen Publikationen weggelassen. Er hatte verschiedene Gründe dafür, die unter anderem mit den Anordnungsaxiomen und den unendlich fernen Elementen zusammenhängen [Toepell 1986, 38f., 68ff. u. 83f.]. So hat sich seine dreistellige Anordnungsrelation als für den projektiven Aufbau ungeeignet erwiesen. Ebenso gilt bei HILBERT das Dualitätsprinzip nicht.

Das axiomatisch orientierte abbildungsgeometrische Vorgehen führte zusammen mit der erwähnten Einführung des Vektorbegriffs auch zu einer Reform der *analytischen Oberstufengeometrie*. Sie wurde 1968 in der Bundesrepublik der Systematik der linearen Algebra untergeordnet und damit, wie HANS FREUDENTHAL (1905-1990) es drastisch formuliert, zu einem "trüben Abwasser" [Freudenthal 1973, 411].

FLADT bemerkt zur KLEINSchen Reform, daß sie zwar im Geometrieunterricht "die Bremsklötze" EUKLIDS wegeräumt habe, aber - wie er meint - aufgrund der ungeklär-

ten wissenschaftlichen Grundlegung der neueren geometrischen Vorstellungen nicht durchgreifend wirksam sein konnte. Das war wenige Jahre bevor der genannte Aufbau von BACHMANN der Geometrie eine neue Richtung weisen sollte.

Pädagogische Komponenten

Wie sieht es mit den weiteren Vorschlägen der sogenannten *Meraner Reform* aus - einem „ausgesprochenen Kompromißpapier“ [Steiner 1982, 34]? Neben der Einführung der Differentialrechnung und der Erziehung zum funktionalen Denken hatte man damals die Behandlung der Kegelschnitte, eine Stärkung des räumlichen Anschauungsvermögens und der geschichtlichen Entwicklungen gefordert ([Schuberth 1970, 18f. u. 16]; s.a. Abdruck: "Der Meraner Lehrplan für Mathematik" in [Klein 1907, 208-212]).

Daneben sind in den Meraner Vorschlägen für die Nachkriegsentwicklung in der Bundesrepublik auch besondere pädagogische Komponenten von Interesse. Es handelt sich hier um die Betonung von drei für den Mathematikunterricht grundlegenden Prinzipien. In der Bezeichnung von WALTER LIETZMANN (1880-1959) geht es um folgende Komponenten [Lietzmann 1.Tl. 1926, 229ff.]:

1. Das *psychologische* Prinzip. Es besagt, daß der Unterricht "mehr als bisher dem natürlichen Gang der geistigen Entwicklung anzupassen" [Klein 1907, 209] ist. Hier kommt eine grundlegende Forderung der Reformpädagogik zum Ausdruck: Der Unterricht hat sich an der Entwicklung des Kindes zu orientieren.

2. Das *utilitaristische* Prinzip. Es will "die Fähigkeit zur mathematischen Behandlung der uns umgebenden Erscheinungswelt zur möglichststen Entwicklung bringen" [Klein 1907, 209]. Das läuft auf eine stärkere Betonung der Anwendungen hinaus. Generell gehörten noch bis in die 1950er Jahre vielfältige Anwendungen, wie sie etwa auch im Bereich der mathematischen Erdkunde oder der Astronomie zum Ausdruck kommen, zum Mathematiklehrplan.

3. Das *didaktische* Prinzip fordert schließlich, "den gesamten Lehrstoff um einen großen Gedanken zu konzentrieren. Das Vielerlei der mathematischen Gebiete ... mußte unter eine einheitliche Grundidee gebracht werden." Es sollte "nicht als ein Konglomerat verschiedener Dinge auseinanderfallen" [Lietzmann 1.Tl. 1926, 230]. Es geht hier darum, daß Schülerinnen und Schüler nicht nur die fach-, sondern auch die gebietsübergreifenden Beziehungen innerhalb der Mathematik erleben und erfahren.

Inwiefern sind nun diese Inhalte und Prinzipien für die Zeit nach 1945 bemerkenswert? Es ist zunächst zu berücksichtigen, daß die ersten beiden Jahrzehnte der Nachkriegszeit nur zu relativ behutsamen Änderungen in der Schulmathematik geführt haben. Man beachte dazu nicht nur die Lehrplanänderungen, sondern etwa auch die Änderungen in der einflußreichen "Methodik des mathematischen Unterrichts" von WALTHER LIETZMANN, die für die Entwicklung durchaus symptomatisch sind (1.Aufl. 1917-1924, 2.Aufl. 1922ff.; 1.Nachkriegsauf. 1951). Im wesentlichen sind hier in der ersten Nach-

kriegsaufgabe die Abschnitte über "Die Axiome im Unterricht" und die "Neuere Geometrie" weggefallen. Um 1960 wurde die Differential- und Integralrechnung ausgeweitet und, nachdem sie bisher erst in der Abiturklasse eingeführt wurde, bereits in die Jahrgangsstufe 11 aufgenommen.

Folgende weitere *Schwerpunktsverlagerungen* haben sich in der Bundesrepublik ergeben: Mit der Reform von 1968 sind auch die *Kegelschnitte* aus der Oberstufengeometrie weitgehend verschwunden. Sie werden nur noch in Zusatzkursen (so z.B. in Bayern) angeboten. Man kann heute kaum mehr davon ausgehen, daß sie noch zum Allgemeingut gehören. Dagegen ist bemerkenswert, daß unter den genannten Elementen der Meraner Reform das *räumliche Anschauungsvermögen* und die *geschichtlichen Entwicklungen* gerade in den letzten Jahren wieder mehr Beachtung finden.

Auffallend ist dies auch bei den drei genannten Prinzipien. Ein Beispiel: 1992 erschien ein neuer Lehrplan für die rund 400 bayerischen Gymnasien. Nicht nur in Mathematik, sondern verbindlich gleichzeitig für alle Fächer. Bereits 1987 bei Beginn der diesbezüglichen Lehrplanarbeit war die Richtung dafür durch neue Grundlagen vorgegeben. Während man sich bisher im Gymnasialbereich schwerpunktmäßig am Leistungsbegriff und dem Erreichen von Klassenzielen orientiert hatte, sollte der neue Lehrplan auf zwei neuen Säulen beruhen: dem *fachübergreifenden Lernen* und einer tragfähigen *pädagogisch-erzieherischen Arbeit*. Dabei berücksichtigt das fachübergreifende Lernen nicht nur die anderen Fächer, sondern auch allgemeine Bildungs- und Erziehungsziele, wodurch gerade im Bereich der Mathematik verstärkt die Anwendungen in den Vordergrund rücken.

Hierin kann eine Wende, ein deutliches Symptom gegenüber der durchaus zum Teil auch reformpädagogisch begründeten Formalisierung der Schulmathematik in den 1960er und 70er Jahren gesehen werden. Damit werden in neuer Weise seit Mitte der 80er Jahre die drei genannten Prinzipien - das didaktische, psychologische und utilitaristische Prinzip - wieder zunehmend beachtet.

Es scheint, als würden die reformpädagogischen Prinzipien aus dem Beginn des 20.Jahrhunderts gegen Ende des Jahrhunderts eine Fortsetzung und Weiterentwicklung erleben. Sucht man nach verbindenden Elementen auf dem Weg dahin, so ist im Hinblick auf das vorliegende Rahmenthema bemerkenswert, daß in der unmittelbaren Nachkriegszeit auf dem Gebiet der späteren DDR reformpädagogische Ansätze intensiv diskutiert worden sind. Hier hat sich eine besonders interessante Entwicklung abgespielt, die an anderer Stelle zu untersuchen ist. Wenn es auch eine durchaus aktive Diskussion in der Bundesrepublik gab, so ist doch die Zeit von 1945 bis 1960 hier als eine relativ konservative Phase anzusehen.

Literatur:

- BLUM, Werner; TÖRNER, Günter: Didaktik der Analysis. Vandenhoeck & Rupr. Göttingen 1983.
- BURSCHEID, Hans Joachim: Eine Schulbildung unter den Gymnasialdidaktikern des ausgehenden 19. Jahrhunderts. ZDM 16(1984)H.6, 191-195.
- FLADT, Kuno: Strenge und Systematik im geometrischen Unterricht der Höheren Schule. MNU 7 (1954/55), 68.
- FREUDENTHAL, Hans: Mathematik als pädagogische Aufgabe. Bd.2. Stuttgart: Klett 1973.
- GRIESEL, Heinz; STEINER, Hans Georg: The Organisation of didactics of mathematics as a professional field. ZDM 24(1992)H.7, 287-295.
- HILBERT, David: Grundlagen der Geometrie. Mit Supplementen von Paul Bernays. 14. Auflage. Herausgegeben und mit Anhängen versehen von Michael Toepell. Mit Beiträgen von Michael Toepell, Hubert Kiechle, Alexander Kreuzer und Heinrich Wefelscheid. B. G. Teubner Stuttgart · Leipzig 1999. xvi + VIII + 412 S. (Teubner-Archiv zur Mathematik - Supplementband 6).
- JAHRESBERICHT 1879/80 des Kgl. Wilhelmsgymnasiums Königsberg. Königsberg 1880.
- KLEIN, Felix: Hundert Jahre mathematischer Unterricht an den höheren preußischen Schulen (1902). In: KLEIN, F.; RIECKE, E. (Hrsg.): Neue Beiträge zur Frage des mathematischen und physikalischen Unterrichts an den höheren Schulen. Ferienkurs. Leipzig: Teubner 1904. S.63-77.
- KLEIN, Felix: Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. Bearb. v. R.Schimmack. T.1: Von der Organisation des math. Unterrichts. Leipzig: Teubner 1907.
- LIETZMANN, Walter: Methodik des mathematischen Unterrichts. T.1: Organisation, Allgemeine Methode und Technik des Unterrichts. Leipzig: Quelle & Meyer 2.Aufl. 1926. (1.Aufl. Leipzig 1917-1924, 1.Nachkriegsaufll.: Heidelberg 1951)
- SÄCKL, Herwig: Die Rezeption des Funktionsbegriffs in der wissenschaftlichen Basis an Hochschule und Schule im neunzehnten Jahrhundert. Eine Fallstudie zur Sozialgeschichte der Mathematik mit besonderem Blick auf Bayern. Diss. Regensburg 1984.
- SCHUBERTH, Ernst: Die Modernisierung des mathematischen Unterrichts. Diss. Stuttgart: Verlag Freies Geistesleben 1971.
- SCHUBRING, Gert: Die Entstehung des Mathematiklehrerberufs im 19. Jahrhundert. Weinheim: Deutscher Studienverlag 2.Aufl.1991. (Bielefelder Beiträge zur Ausbildungsforschung und Studienreform, Bd.2)
- STEINER, Hans-Georg: Zur Entwicklung der Didaktik der Mathematik. Einleitung zu: Didaktik der Mathematik. Hrsg. v. H.-G. Steiner. Darmstadt: Wiss. Buchgesellschaft 1978. (Weg der Forschung, Bd.361)
- STEINER, Hans-Georg (Hrsg.): Mathematik - Philosophie - Bildung. Köln: Aulis 1982. (Untersuchungen zum Mathematikunterricht, Bd.4)
- TOEPELL, Michael: Über die Entstehung von David Hilberts "Grundlagen der Geometrie". (Diss. 1984) Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1986. (Studien zur Wissenschafts-, Sozial- und Bildungsgeschichte der Mathematik. Hrsg. v. H.G. Steiner, M.Otte, I.Schneider. Bd.2)
- TOEPELL, Michael: Projektive Geometrie in der Schule? - Anmerkungen zu einem vergessenen Gebiet. In: Mathematik erfahren und lehren. Festschrift für Hans-Joachim Vollrath. Hrsg. v. G. Pickert und I. Weidig. Stuttgart: Ernst Klett 1994. S.228-236.
- TOEPELL, Michael: Zum Einfluß Graßmanns auf die Grundlagen der Geometrie. In: Hermann Graßmann - Werk und Wirkung. Hrsg. v. P. Schreiber. Internationale Fachtagung "150 Jahre 'Lineale Ausdehnungslehre'". Universität Greifswald 1995. S.71-86.
- TOEPELL, Michael: Mathematiker und Mathematik an der Universität München - 500 Jahre Lehre und Forschung. (Habilitationsschrift 1992) München: Institut für Geschichte der Naturwissenschaften 1996. (Algorismus - Studien zur Geschichte der Mathematik und der Naturwissenschaften; Bd.19)
- TOEPELL, Michael: Die projektive Geometrie als Forschungsgrundlage David Hilberts. In: Hilbert, David: Grundlagen der Geometrie. 14. Aufl. Hrsg. u. m. Anhängen versehen v. Michael Toepell. B.G. Teubner Stuttgart - Leipzig 1999. S. 347 - 361.

Autor:

Prof. Dr. Michael Toepell, Erziehungswissenschaftliche Fakultät, Universität Leipzig, Karl-Heine-Str. 22 b, 04229 Leipzig, Germany
E-Mail: toepell@uni-leipzig.de