

## Vergleich grundlegender Konzeptionen der Mathematikdidaktik in der BRD und in der DDR

Heinz Griesel, Kassel (Germany)

**Kurzreferat:** Der Vergleich erfolgt unter folgenden Aspekten: 1. Genetische Wissenschaftsorientierung versus strenge Wissenschaftsorientierung, 2. Stellenwert des logischen Bereichs insbesondere des Beweises, 3. Unterschiedliche Verteilung der Inhalte auf die Schuljahre, 4. Unterschiede im Praxisbezug und 5. Offene Mathematikdidaktik versus geschlossene Mathematikdidaktik.

**Abstract:** The developments of didactics of mathematics as a professional field in both German countries between 1945 and 1990 are compared. This is done under the following aspects: 1. Scientific methodology, 2. Importance of logic and proving, 3. Allocation of the contents to classes and school years, 4. Practical orientation of mathematical courses, 5.

**ZDM-Classification:** D20

### 1 Einleitung

Es ist das Ziel dieser Arbeit einige Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Didaktik der Mathematik der BRD und der ehemaligen DDR darzustellen in der Hoffnung, daß West und Ost dadurch voneinander lernen können und das Zusammenwachsen auch auf dem Gebiet der Mathematikdidaktik und des Mathematikunterrichts gefördert wird.

Es kann sich dabei nur um einen ersten Beitrag zu dieser Thematik handeln. Über die in dieser Arbeit abgehandelten Themen hinaus bedarf es der Untersuchung weiterer Bereiche. Aber auch die Themenkreise dieser Arbeit selbst sollten noch vertiefter abgehandelt werden. Die Ergebnisse müssen differenzierter formuliert werden. Die Belege müssen umfassender gesammelt und gesichtet werden. Es handelt sich - das möge man bedenken - um einen Anfang.

In der Überschrift und in der Arbeit selbst wird einheitlich von Mathematikdidaktik gesprochen, obgleich die Lehrstühle in der ehemaligen DDR die Bezeichnung Methodik der Mathematik trugen. Das hat folgenden Grund: Es gab eine Reihe von grundsätzlichen zur Didaktik im engeren Sinne zu zählende Entscheidungen über Zielsetzung, Stoffauswahl und Gestaltung des Mathematikunterrichts, welche sich in der ehemaligen DDR die dortigen höchsten politischen Gremien vorbehalten hatten und die i.~a. nicht mehr hinterfragt werden durften. Methodik mußte im Rahmen dieser Setzungen betrieben werden. Für einen Vergleich, wie er in dieser Arbeit vorgenommen wird, sind aber auch diese zur Didaktik im engeren Sinne gehörenden Gemeinsamkeiten und Unterschiede von Bedeutung.

### 2 Genetische Wissenschaftsorientierung versus strenge Wissenschaftsorientierung

Zu diesem Abschnitt siehe auch die Arbeit [14].

### 2.1 Zur allgemeinen Entwicklung in der BRD und der ehemaligen DDR

Die grundsätzliche Orientierung des Mathematikunterrichts aller Jahrgangsstufen und Schularten an der Wissenschaft Mathematik war in der Didaktik der Mathematik beider Staaten spätestens seit den sechziger Jahren kein Thema mehr.

Betrachten wir hierzu zunächst die Didaktik der Mathematik in der BRD. Hier muß man das Gymnasium von den anderen Schularten insbesondere die Grundschule unterscheiden. In der Grundschule bekämpfte insbesondere Arnold Fricke (Braunschweig) die sog. volkstümliche Bildung. Er verlangte, daß auch das Rechnen aus dem Geist der Mathematik heraus zu unterrichten sei und nannte daher als erster sein zusammen mit H. Besuden verfaßtes Lehrbuch „Mathematik in der Grundschule“, obgleich in der 1. Auflage (1967-1969) fast nur rechnerische Inhalte vorkamen.

Daß sich die Wissenschaftsorientierung schließlich durchsetzte hatte außer in den Argumenten Frickes auch standespolitische Gründe. Die Orientierung an der Wissenschaft hob in den sechziger Jahren das Selbstbewußtsein der alten Volksschullehrerschaft, die jetzt in Grund- und Hauptschulen unterrichtete, und begründete eine Ausbildung der angehenden Lehrer dieser Schularten an wissenschaftlichen Hochschulen mit entsprechender besoldungsmäßiger Anhebung. Die ehemalige Volksschullehrerschaft sah dies als einen Schritt zur Angleichung an den wissenschaftlichen Standard der Gymnasiallehrer an.

Ende der sechziger Jahre hatte sich dann die Wissenschaftsorientierung allgemein durchgesetzt. In dem Standardwerk zur Grundschulpädagogik von E. Neuhaus Reform des Primarbereichs 1974 [3] wurde dem wissenschaftsorientierten Lernen gegenüber der Idee der volkstümlichen Bildung der Vorzug gegeben und zwar prinzipiell für die Schule schlechthin.

Zuvor hatte schon 1969 der deutsche Bildungsrat die Wissenschaftsorientierung allgemein gefordert [4].

In der Mathematikdidaktik der Gymnasien der BRD war die Wissenschaftsorientierung unbestritten. Der Streit ging hier vielmehr um die Art ihrer Ausprägung. Schon in den sechziger Jahren gab es zwei Richtungen, die man als strenge bzw. genetische Wissenschaftsorientierung bezeichnen kann. (Man sprach auch von rigoroser und gemäßiger Richtung, [1, S. 84ff]). Während sich die strenge Wissenschaftsorientierung nach dem gegenwärtigen Stand der Wissenschaft Mathematik richtete, spielte bei der genetischen Wissenschaftsorientierung neben der Mathematik auch die kognitive Entwicklung der Schüler eine gleichberechtigte Rolle. Die Vertreter dieser Auffassung, (zu denen sich auch der Verfasser dieser Arbeit bekennen möchte,) wollte den gegenwärtigen Stand der Mathematik nicht wie die Vertreter der strengen Wissenschaftsorientierung sofort im ersten Anlauf sondern nach eventuellem spiraligen Vorgehen erreichen. Die genetische Wissenschaftsorientierung verlangte eine Orientierung sowohl an den natürlich ablaufenden Lern- und Erkenntnisprozessen der Schüler als auch an der Substanz der Mathematik, wobei diese nicht unbedingt durch die gegenwärtige Darstellung der Hochschulmathematik in Vorlesungen erkennbar, sondern möglicherweise auch

tiefer aufzuspüren sei.

Exemplarisch für diese Auseinandersetzung kann die Diskussion um den Aufbau des Zahlensystems angesehen werden (siehe dazu den Abschnitt 2.2).

In der ehemaligen DDR stand die Wissenschaftsorientierung - oder wie man dort sagte: Wissenschaftlichkeit - des gesamten Unterrichts außer Frage. Sie war für alle Beschlüsse der kommunistischen Partei richtungweisend, weil man in der konsequenten Realisierung der Forderung nach Wissenschaftlichkeit des Unterrichts eine sehr wichtige Voraussetzung für die Lösung der vielfältigen Probleme des kommunistischen Aufbaus sah. Nur durch die gründliche Aneignung der Wissenschaftsgrundlagen könne das Fundament einer kommunistischen Weltanschauung gelegt werden.

Diese Grundauffassung führte dazu, daß im gesamten Mathematikunterricht vom ersten Schuljahr an eine strenge Wissenschaftsorientierung vorherrschend war. So wurde beispielsweise lange Zeit hindurch die Einführung der Multiplikation im ersten Schuljahr auf der Basis des Kartesischen Produktes (Kreuzproduktes) von Mengen durchgeführt, weil die Hochschulmathematik so aus verschiedenen einleuchtenden Gründen verfährt. Unterrichtspraktische Schwierigkeiten ließ man unbeachtet oder versuchte sie durch methodische Maßnahmen zu mildern. Keine Rolle spielte der Gedanke, daß die einfachen Anwendungsaufgaben der Multiplikation im täglichen Leben nur verkrampt eine Hineininterpretation des Kartesischen Produktes zulassen.

Natürlich fragt man sich sofort, warum nicht stärker Gesichtspunkte des genetischen Lernens in die wissenschaftsorientierten Curricula integriert waren. Dies hing sicher auch mit der grundsätzlich geringen Wertschätzung ja sogar Ablehnung reformpädagogischer Prinzipien und Organisationsformen des Unterrichts zusammen, möglicherweise weil diese zu sehr der Eigenaktivität des Schülers unkontrolliert Raum ließen und die führende Rolle des Lehrers einschränkten. Man befürchtete dadurch das eigenständige Aufkommen von Ansichten, welche kommunistischen Lehren widersprachen. Man wollte lieber alles unter Kontrolle haben. So wäre vermutlich ein Projektunterricht kaum möglich gewesen.

Vielleicht hing die geringe Wertschätzung reformpädagogischer Ideen auch damit zusammen, daß man grundsätzlich die Wichtigkeit der Eigentätigkeit für den Lernvorgang unterschätzte und allzusehr an die größere Bedeutung der Führung im Unterricht glaubte.

Allerdings muß auch darauf hingewiesen werden, daß in den achtziger Jahren eine leichte Hinwendung auf einen genetischen Unterricht in der ehemaligen DDR feststellbar war [11]. Diese Tendenz müßte noch einer genaueren Analyse unterzogen werden.

## 2.2 Beispiel: Aufbau des Zahlensystems

Ein charakteristisches Beispiel für die unterschiedliche Ausgestaltung der Wissenschaftsorientierung in der BRD und der ehemaligen DDR liefert die Einführung der gebrochenen Zahlen und der rationalen Zahlen in den Klassen 5 bis 7. Da die Universitätsmathematik die gebrochenen Zahlen als Äquivalenzklassen von geordneten Paaren natürlicher Zahlen definiert, war es eine Selbstverständlichkeit, daß so auch im Unterricht in der ehemaligen

DDR verfahren werden mußte. Auch nach der Wende wurde von Mathematiklehrern über westdeutsche Lehrbücher gesagt: „Dort fehlt ja die Definition der gebrochenen Zahlen als Klasse von Paaren quotientengleicher „natürlicher Zahlen“. Dabei hatte man in der Mathematikdidaktik der frühen sechziger Jahre in der ehemaligen DDR sehr wohl das eigentliche Problem erkannt, nämlich daß es für die genetische Einführung der gebrochenen Zahlen mit Hilfe der Zerlegung eines Ganzen in gleichgroße Teile keine mathematische Hintergrundtheorie gibt. Diese wurde dann von Lugowski aus Potsdam geschaffen [5]. Doch hatten seine auch im Westen stark beachteten Ergebnisse keine Auswirkung auf den Unterricht der ehemaligen DDR.

In der BRD gab es auch Tendenzen, die gebrochene Zahlen wie in der ehemaligen DDR im Sinne einer strengen Wissenschaftsorientierung einführen. Doch war die Gegenbewegung stärker, zumal es gelang, die Hintergrundtheorie für eine genetische Einrührung der gebrochenen und der negativen Zahlen nach mehreren Richtungen auszubauen [6,7,8,9,10] und den verschiedenen genetischen Zugängen eine solide mathematische Basis zu geben.

## 2.3 Beispiel: Fachterminologie

Was die Terminologie anbetrifft, so wurde in der ehemaligen DDR aus der strengen Wissenschaftsorientierung gefolgert, daß nur solche Ausdrücke im Unterricht verwendet werden dürfen, welche in der jeweiligen Wissenschaft auch gebräuchlich sind. Der Lehrer sollte sogar verhindern, daß die Schüler wissenschaftliche Termini durch eigene ersetzen, weil dadurch die Achtung vor der Sprache der Wissenschaft als Entwicklungsziel nicht erreicht werde, (vgl. z.B. [2, S. 101]).

Die Folge war, daß jegliche kindliche Arbeitsausdrücke wie z.B. der Ausdruck „Platzhalter“ bei der Einführung des Variablenbegriffs abgelehnt wurden und auch noch heute von der Mehrheit der Mathematiklehrer in den neuen Bundesländern abgelehnt werden. Ähnliches gilt für selbsterklärende Ausdrücke wie z.B. Teilterm, die nicht einer Definition bedürfen sondern sofort aus dem verwendeten Zusammenhang verstanden werden. Auch sie werden heute immer noch von der Mehrheit der Mathematiklehrer der neuen Bundesländer abgelehnt. Eindeutungen wie „Hochzahl“ anstelle von „Exponent“, „Grundzahl“ anstelle von „Basis“, „Vertauschungsgesetz“ anstelle von „Kommutativgesetz“, „Verteilungsgesetz“ anstelle von „Distributivgesetz“ wurden ebenfalls verworfen.

Auch nach der Wende sagten viele Mathematiklehrer der neuen Bundesländer, es dürfe unter keinen Umständen vom „Auflösen von Klammern“ gesprochen werden sondern nur von der „Multiplikation von Summen“.

Das Wort „Kehrwert“ wurde als unwissenschaftlich abgelehnt und statt dessen nur der Ausdruck „Reziprokes“ zugelassen.

Die leere Menge mußte mit  $\emptyset$  bezeichnet werden und nicht mit  $\{ \}$ , obgleich letztes Symbol für manche jüngeren Schüler leichter verständlich und besser im Gedächtnis zu behalten war.

Die für Schüler sehr anschauliche Redeweise „Der Graph geht bergauf“ wurde als unwissenschaftlich ab-

gelehnt. Statt dessen durfte nur „Die Funktion ist monoton steigend“ gesagt werden.

Diese Beispiele ließen sich leicht vermehren.

Ganz konsequent im Sinne dieser Tendenz wurde dann auch in der ehemaligen DDR sehr frühzeitig eine elaborierte Fachsprache gebraucht. Beispiele hierfür sind die Verwendung der Ausdrücke „Faktor“, „Produkt“, „Summe“, „Summand“ bereits im ersten Schuljahr sowie „Differenz“, „Subtrahend“, „Minuend“, „Quotient“, „Dividend“ und „Divisor“ (für viele Schüler schwer zu behalten und zu unterscheiden) im zweiten Schuljahr, obgleich keinerlei Notwendigkeit für deren Gebrauch bestand und die mathematischen Sachverhalte, in welchen sie verwendet wurden, verständlicher auf andere Weise hätten beschrieben werden können. Überflüssig waren Sätze wie „Beim Addieren berechnen wir die Summe (2. Schuljahr)“. Auch die Formulierung des Kommutativgesetzes der Addition „Summanden darf man vertauschen, die Summe bleibt gleich“ im 1. Schuljahr war sehr fachsprachlich und für so junge Schüler schwerer zu verstehen als beispielgebundene Formulierungen wie „Bei  $5+3$  darf man 5 und 3 vertauschen. Es gilt  $5+3=3+5$ “.

Verwunderung bei Grundschullehrern der alten Bundesländer herrscht auch über die bis heute in den neuen Bundesländern anzutreffende Meinung, man dürfe die schwere Masse eines Körpers nicht als Gewicht bezeichnen, sondern müsse unbedingt (wie in der Wissenschaft üblich) Masse sagen, obgleich das im täglichen Gebrauch und auch im Mathematikunterricht zu unnatürlichen Formulierungen führen kann.

### 3 Stellenwert des logischen Bereichs insbesondere des Beweisens

In der ehemaligen DDR hatte die logische Durchdringung des Mathematikunterrichts einen sehr hohen Stellenwert. Dem korrekten Formulieren maß man vom ersten Schuljahr an eine sehr hohe Bedeutung zu. Der Unterschied zwischen einer Definition als einer Festsetzung und einem Satz als einer Feststellung sollte (vgl. jedoch auch [15]) dem Schüler in einem früheren Alter als in der BRD bewußt gemacht werden. Vor allem sollte dies allen Schülern vermittelt werden, während in der BRD diese Unterscheidung beispielsweise für Hauptschulklassen nicht unbedingtes Lernziel war und ist.

Diese Hochschätzung der logischen Durchdringung des Mathematikunterrichts war ebenfalls eine Folge der strengen Wissenschaftsorientierung des Mathematikunterrichts der ehemaligen DDR.

Auch das Beweisen hatte in der ehemaligen DDR einen wesentlich höheren Stellenwert als in der BRD. In den alten Bundesländern ist das Beweisen inzwischen zu einem gewissen Stiefkind geworden. Das war nicht immer so. Im gymnasialen Geometrieunterricht spielte es früher eine große Rolle. Doch auch im Gymnasium und damit erst recht in den anderen Schularten hat es ständig an Bedeutung verloren. In den alten Bundesländern liegt der Schwerpunkt des Unterrichts bei den Berechnungsaufgaben. Das gilt auch für die gymnasiale Oberstufe und das Abitur. Mit Beweisaufgaben wird der Schüler häufig erst beim Studium konfrontiert. Der nicht selten konstatierte Mathematikshock beim Studium hat hierin eine - allerdings nicht die alleinige - Ursache.

Als Grund für diese Entwicklung wird allgemein die höhere Schülerzahl in den Gymnasien und die dort gegenüber den fünfziger und sechziger Jahren weniger streng gehandhabte Auslese genannt.

Ein weiterer Grund mag auch in der immer mehr festzustellenden stofflichen Reduzierung des Geometrieunterrichts liegen, welche darauf zurückzuführen ist, daß die Lehrer in den Gymnasien die für die Anforderungen in der gymnasialen Oberstufe und im Abitur wichtigen Inhalte der Algebra bevorzugen. Denn auch früher wurden Beweise als solche nur im Geometrieunterricht herausgestellt, obgleich sie auch in der Algebra vorkamen.

Demgegenüber führte man in der ehemaligen DDR in das Beweisen nicht an Beispielen aus der Geometrie sondern im arithmetisch-algebraischen Bereich meist an gewissen Standardbeispielen der Teilbarkeitslehre ein. Auf die Unterscheidung und Notation von Voraussetzung, Behauptung und Beweis wurde schon sehr früh großer Wert gelegt. Das alles geschieht auch jetzt noch so in den neuen Bundesländern. Allerdings ist die Tendenz auch feststellbar, diese Beweise in höhere Schuljahre zu verlegen und sie nicht mehr als so zentral zu bewerten wie früher.

Genauer läßt sich der Unterschied folgendermaßen charakterisieren: Während in der ehemaligen DDR auch die Reproduktion von Beweisen und das selbständige Finden von Beweisen von allen Schülern verlangt wurde, begnügte man sich in der BRD in den Haupt- und Realschulen weithin nur mit intuitiver Einsicht oder gar nur Plausibilitätsargumenten. In den Gymnasien wurden zwar Beweise geführt, meist entstanden in einem gemeinsamen Unterrichtsgespräch. Sie führten auch häufig zur Einsicht in die Gültigkeit des Satzes durch den Schüler. Eine Reproduktion durch den Schüler wurde jedoch meist nicht verlangt und erst recht dann auch nicht Beweisaufgaben, in welchen der Schüler selbständig Beweise führen mußte.

In der Grundschule der alten Bundesländer zeichnet sich darüber hinaus zunehmend eine Tendenz ab, die es zu bekämpfen gilt. Sie kann charakterisiert werden als methodischer Aktionismus mit immer weniger mathematischer Substanz. Erkennungszeichen dieser gefährlichen Tendenz sind der unreflektierte Einsatz von Spielen und Arbeitsmaterialien (Die Betonung liegt auf unreflektiert nicht auf dem Einsatz von Spielen überhaupt), Vernachlässigung des mathematischen Argumentierens und der Flexibilität, stereotypes Üben ohne vorherige Einsicht (auch beim Einsatz moderner Sozialformen wie Wochenplan) sowie fachübergreifende Themen, welche die mathematische Substanz verdrängen.

### 4 Unterschiedliche Verteilung der Inhalte auf die Schuljahre

Bei einem Vergleich der Inhalte der Lehrpläne bzw. Richtlinien in der BRD mit dem einheitlichen Lehrplan der DDR fällt auf, daß viele Inhalte in der ehemaligen DDR in früheren Schuljahren unterrichtet wurden als in der BRD. Als Belege für diese allgemeine Feststellung seien genannt:

1. Buchstaben als Variable wurden in der ehemaligen DDR bereits im 1. Schuljahr eingeführt und verwendet, und zwar nicht als Zeichen für eine

Leerstelle in einer Gleichung oder Ungleichung sondern als ein Zeichen, welches jede der Zahlen eines Grundbereichs als Wert (Bedeutung, Designat) annehmen kann. Im Zusammenhang damit wurden die Variablen bei Termen und nicht, was vielleicht leichter gewesen wäre, bei Gleichungen oder Ungleichungen eingeführt. Statt dessen wurde großer Wert auf Wenn-dann-Formulierungen wie „Wenn  $a=7$ , dann ist  $a+2=9$ “ gelegt. In der BRD kamen und kommen Variable im 1. Schuljahr nicht in Form von Buchstaben sondern als Pünktchenzeile wie in  $3+\dots=7$  oder als Kasten wie in  $3+ \lt 7$  vor. In allen Fällen sind diese Variable Zeichen für eine Leerstelle in einer Gleichung oder Ungleichung. Methodisch begründet wird dies damit, daß die Leerstelle bei Verwendung von Pünktchenzeile oder Kasten als Variable deutlicher zu erkennen ist als bei Verwendung von Buchstaben wie in  $3+x=7$  und damit der Aufforderungscharakter in diese Leerstelle eine Ziffer hineinzuschreiben größer ist. Buchstaben als Variable werden in der BRD i.a. erst im 5. Schuljahr im Rahmen der Propädeutik der Algebra eingeführt.

2. Multiplikation und Division wurden in der ehemaligen DDR bereits im 1. Schuljahr im Bereich der Zahlen bis 20 eingeführt, während dies in der BRD erst im 2. Schuljahr, dann allerdings sofort im Bereich der Zahlen bis 100 geschieht. Gerade im Lichte der neuen Untersuchungen von Schülern über deren Eigenproduktionen (vgl. [12]) scheint die Behandlung im 2. Schuljahr zu spät zu erfolgen, da die Schüler entsprechende Qualifikationen inzwischen außerhalb der Schule erworben haben.
3. Bereits im 1. Schuljahr wurden in der ehemaligen DDR allgemeine Gesetze wie „Für alle natürlichen Zahlen  $a$  gilt:  $1E\ a=a$ “ oder „Für alle natürlichen Zahlen  $a$  und  $b$  gilt:  $a+b=b+a$ “ formuliert. In der BRD wurden und werden höchstens beispielgebundene Formulierungen wie  $1E\ 4=4$ ,  $1E\ 7=7$  bzw.  $4+3=3+4$ ,  $2+5=5+2$  verwendet.
4. Die Teilbarkeitsrelation ( $a$  ist Teiler von) wurde in der ehemaligen DDR im 2. Schuljahr gelehrt, in der BRD i.a. im 6. Schuljahr.
5. Die Division durch 0 wurde in der ehemaligen DDR im 2. Schuljahr thematisiert, in der BRD i.a. im 5. Schuljahr.
6. Irrationale Zahlen im Zusammenhang mit Quadratwurzeln werden in der BRD i.a. im 9. Schuljahr eingeführt, in der ehemaligen DDR im 7. Schuljahr.
7. Der systematische Aufbau der Algebra begann in der ehemaligen DDR etwa ein Schuljahr eher als in der BRD. Auch die Propädeutik der Algebra setzte früher ein. Mehrgliedrige Terme wie  $3+5E4$  oder  $6E2+4E2$  kamen beispielsweise in der ehemaligen DDR bereits im 2. Schuljahr in der BRD erst im 5. Schuljahr vor.
8. Der systematische Aufbau der Geometrie mit Strecken, Punkten, Geraden usw. begann in der ehemaligen DDR bereits im 2. Schuljahr, in der

BRD im 5. Schuljahr. Dennoch war und ist in den Lehrplänen der alten Bundesländer auch in den Schuljahren 1 bis 4 Geometrie vorgeschrieben, aber nicht als systematisch zu betreibendes Gebiet sondern in Form von Unterrichtseinheiten, die ohne nennenswertes Vorwissen unterrichtet werden können und bei denen meist formale Gesichtspunkte wie der Aufbau von Haltungen oder von kognitiven Kompetenzen im Vordergrund stehen.

9. Der Winkel gilt in der BRD zumindest für nicht-lernstarke Schüler als schwieriger Begriff und wird daher erst im 6. Schuljahr behandelt. In der ehemaligen DDR wurde er schon im 3. Schuljahr eingeführt.

Die Liste der Belege für die unterschiedliche Verteilung von Inhalten auf die Schuljahre ließe sich noch erweitern. Man erkennt unschwer, daß dieselben Inhalte in der ehemaligen DDR i.a. früher als in der BRD unterrichtet wurden.

Man wird fragen, warum dies geschah, auch wenn dadurch im Einzelfall für den Lehrer, deutliche unterrichtsmethodische Schwierigkeiten und Probleme zu bewältigen waren. Die Antwort kann nur lauten: Weil man sich dadurch im Wettkampf der Systeme des Kapitalismus und des Kommunismus sowie beim kommunistischen Aufbau Vorteile versprach und weil man die strenge Wissenschaftsorientierung (Wissenschaftlichkeit) auch wirklich konsequent und ohne Einschränkungen realisieren wollte, aber auch weil man dem Schüler als Individuum eine optimale kognitive Ausstattung und nichts Vorläufiges oder Unvollkommenes vermitteln wollte.

So waren die einzelnen Mathematik-Curricula in der ehemaligen DDR deutlich anspruchsvoller als in der BRD.

### 5 Unterschiede im Praxisbezug und im Einfluß auf die Praxis

In den Publikationen der Methodiker der ehemaligen DDR sind Arbeiten mit Themen über unterrichtspraktische Detailprobleme weit häufiger anzutreffen als in der BRD.

Hier eine unvollständige Liste solcher Themen, welche in der DDR bearbeitet wurden:

Sicherung von Ergebnissen des Unterrichts

*Sicherung von Ausgangslagen*

Sprachliches Darstellen

Sprachliches Kommentieren

Wiederholung

Gestaltung von Übungsphasen

Wie arbeitet man mit Aufgaben?

Typologisierung von Unterricht

Einbau von Näherungsrechnen

Aufgabendifferenzierung

Typische Formen der Erarbeitung

Diese Themen belegen den starken Praxisbezug und die Realisierung der offiziellen Forderung nach Praxisbezug für die Mathematikdidaktik der ehemaligen DDR. Diese hatte auch einen deutlich stärkeren Einfluß auf die Gestaltung der Praxis des Unterrichts und auf die Curriculumentwicklung als die Mathematikdidaktik der BRD hatte und hat. Nahezu alle Mathematikdidaktiker der

DDR waren in die Erstellung des einheitlichen Lehrbuches eingebunden.

Demgegenüber muß für die BRD festgestellt werden, daß immer weniger Kollegen sich als Lehrbuchautoren betätigen und daß der Einfluß auf die Gestaltung der Lehrpläne der Bundesländer immer mehr abnimmt. Nur noch in wenigen Lehrplankommissionen der alten Bundesländer sind Mathematikdidaktiker vertreten. Diese Tatsache ist der Ausdruck einer nur noch geringen Einschätzung der Bedeutung der Aussagen und Veränderungsvorschläge der Mathematikdidaktiker zur Unterrichtspraxis durch Lehrerschaft und Politiker, eine Entwicklung, welche als sehr gefährlich angesehen werden muß.

## 6 Offene Mathematikdidaktik versus geschlossene Mathematikdidaktik

Die bisher dargestellten Unterschiede in den mathematikdidaktischen Konzeptionen zwischen West und Ost lassen sich durch das Gegensatzpaar offene Mathematikdidaktik, geschlossene Mathematikdidaktik zusammenfassend charakterisieren.

Die Mathematikdidaktik der ehemaligen DDR zeigte eine große Einheitlichkeit der Wertungen und Auffassungen und wirkte durch ihre Geschlossenheit imponierend. Diesen Eindruck empfindet man auch heute noch bei der Lektüre des Buches Methodik Mathematik [13] aus dem Jahre 1975 (2. Auflage 1977). Die Mathematikdidaktik der ehemaligen DDR stellte sich in bester Form als geordneter Organismus dar mit bis in Einzelheiten geplanter Arbeitsteilung und Koordination der Zusammenarbeit mit institutionellen Anregungen zur gemeinsamen Diskussion (Man denke nur an die Doktorandenseminare). Jeder Mathematikmethodiker, jeder Mathematiklehrer war organisch eingebunden in ein Gesamtgefüge, in welchem er seine gesellschaftliche Aufgabe wahrzunehmen hatte. Dies schaffte gewiß auch ein Gefühl der Sicherheit. Viele lästige Entscheidungen waren einem abgenommen. Dem Lehrer war das unterrichtliche Vorgehen vorgegeben. Man konnte sich geborgen fühlen.

Auf der anderen Seite mußten jedem, der in diese geschlossene Wissenschaft eingebunden war, auch negative Folgen auffallen wie die Neigung zu begrifflicher Schablone, zur Starrheit und Unbeweglichkeit der Theorie, zum unterrichtlichen Schematismus, zu übertriebener Systematik, zu geringer Beweglichkeit des Lehrers, zum Einschnüren des Geistes in „spanische Stiefel“.

Demgegenüber gab und gibt es in den alten Bundesländern eine Vielfalt von mathematikdidaktischen Meinungen, die miteinander ringen.

Jeder Mathematikdidaktiker und Mathematiklehrer sieht sich persönlichen Entscheidungen gegenüber. Er muß in großen und kleinen Dingen in wichtigen und weniger wichtigen Fragen Stellung beziehen. Das ist das Charakteristikum einer offenen Mathematikdidaktik. Herrschaftsfreie, rationale Kritik und Gegenkritik sind die Moderatoren. Verantwortungsbewußtsein für die eigenen Entscheidungen muß sich jeder vor Augen führen. Erklärungen für Praxisphänomene sind die Regulative für didaktische Theorien. Wenn die Theorie diese Erwartung nicht erfüllt, ist sie unbrauchbar. Ähnliches gilt für Curricula und deren Praktikabilität bezüglich Zielen,

Gegenständen und Zielgruppen.

Die Tagungen für Mathematikdidaktik - allem voran die Jahrestagungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik - sind ein Markt der Meinungen und Theorien, auf denen jeder das Recht hat, seine Auffassungen darzulegen und damit zur Diskussion zu stellen, aber damit gleichzeitig öffentlich rationaler Kritik auszusetzen. Dieser Meinungsaustausch vollzieht sich m.E. in der BRD allerdings nicht konsequent genug. Man hört zu wenig aufeinander. Selten wird ein Problem ausdiskutiert. Diese Grundposition verlangt vom Mathematikdidaktiker und Mathematiklehrer viel Eigenständigkeit, zumal er niemals mit völliger Gewißheit handeln kann, sondern sich immer potentielle Kritik vergegenwärtigen muß.

Das akademische Lehrerstudium ist grundsätzlich auf das Ziel einer solchen Eigenständigkeit hin ausgerichtet, einerlei ob dieses Ziel auch immer erreicht wird.

Es wird hier nicht behauptet, daß die Mathematikdidaktik der ehemaligen DDR völlig geschlossen und die der BRD völlig offen gewesen sei. So gab es auch in der ehemaligen DDR Kontroversen unter den Mathematikmethodikern. Doch wurden diese i.a. im geschlossenen Kreis ausgetragen, weitgehend unbeachtet von der Lehrerschaft. Auch gab es einzelne Schulen wie in Potsdam oder Karl Marx Stadt, welche von der Generallinie abwichen. Doch galt als Grundsatz, wenig davon in die Öffentlichkeit dringen zu lassen, um den Lehrer in seiner unterrichtlichen Tätigkeit nicht zu verunsichern.

Auf der anderen Seite zeigt die Tatsache, daß es in der BRD Ansätze zur Schulbildung gegeben hat und gibt - man denke an die Kasseler, Osnabrücker und Würzburger Schulen oder an die Didaktikauffassung des IDM in Bielefeld, um nur einige zu nennen - die Neigung zu partieller Geschlossenheit. Außerdem: Viele Lehrer der BRD wären überfordert, wenn ihnen nicht die meisten zu treffenden curricularen Entscheidungen vom Lehrbuch abgenommen würden.

Dennoch kann man m.E. sagen, daß im Durchschnitt beim DDR-Mathematiklehrer eine geringere Selbständigkeit und eine geringere Flexibilität festzustellen ist. Das geht bis in die Terminologie, wenn es z. B. nach Auffassung vieler Lehrer unbedingt „Ablaufplan“ und nicht „Tastenfolge“ oder „Struktur eines Terms“ und nicht „Typ eines Terms“ heißen darf. Es sei betont, daß dies eine statistische Aussage über das durchschnittliche Lehrerverhalten ist.

## 7 Schlußbemerkung

An mehreren Stellen wurde in dieser Arbeit darauf hingewiesen, daß die Tradition der Mathematikdidaktik der ehemaligen DDR auf die Lehrerschaft auch heute noch nachwirkt. Umgekehrt tut sich die Lehrerschaft in den alten Bundesländern schwer, am eigenen Mathematikunterricht Verbesserungen vorzunehmen und von den Ostlehrern zu lernen. Von einem einigermaßen einheitlichen Mathematikunterricht in West und Ost kann daher noch keine Rede sein. Soll man eine solche Einheitlichkeit überhaupt anstreben? Sie ist ja auch nicht zwischen den alten Bundesländern voll gegeben. Die Unterschiede in der Unterrichtskultur zwischen Bayern und einigen norddeutschen Ländern sind schon beachtlich. Doch auch das wird i.a. als ein Mangel empfunden.

**Literaturverzeichnis**

- [1] Lenne, Helge: Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Stuttgart 1969
- [2] Sawin, Nicolai: Pädagogik. Berlin 1976
- [3] Neuhaus, Elisabeth: Reform des Primarbereichs. Düsseldorf 1. Aufl. 1974
- [4] Deutscher Bildungsrat: Empfehlungen der Bildungskommission, Strukturplan für das Bildungswesen. Stuttgart 1969
- [5] Lugowski, H.: Eine axiomatische Grundlegung des anschaulich-genetischen Aufbaus der Arithmetik in der Schulmathematik; *Wiss. Zeitschrift d. Päd. Hochsch. Potsdam; Math.-Naturw. Reihe. Band 7 (1962), S. 297-329*
- [6] Griesel, Heinz: Eine verbandstheoretische Analyse der Bruchrechnung; *Math.-Phys. Sem. Berichte VI (1959), 4, S. 114-136*
- [7] Griesel, Heinz: Eine Analyse und Neubegründung der Bruchrechnung; *Math.-Phys. Sem. Berichte XV (1968), 1, S. 48-68*
- [8] Kirsch, Arnold: Elementare Zahlen und Größenbereiche, Göttingen 1970
- [9] Pickert, Günter: Die Bruchrechnung als ein Operieren mit Abbildungen; *Math.-Phys. Sem. Berichte XV (1968), 1, S. 32-47*
- [10] Griesel, Heinz: Der mathematische Hintergrund der natürlichen Zugänge zu den negativen Zahlen. *Der Mathematikunterricht*, 19 (1973), 1, S. 54-77
- [11] Grassmann, Marianne: Zu einigen Fragen des Arbeitens mit Zahlen im Mathematikunterricht - ein Vorschlag zur stufenweisen Einführung gebrochener und rationaler Zahlen im Mathematikunterricht; *Dissertation B, Berlin 1986*
- [12] Selter, Christoph: *Eigenproduktionen im Arithmetikunterricht der Primarstufe*, Wiesbaden 1994
- [13] Autorenkollektiv unter Leitung von W. Walsch und K. Weber: *Methodik Mathematikunterricht*, Berlin, 1. Aufl. 1975, 2. Aufl. 1977
- [14] Griesel, Heinz: Wissenschaftsorientierung des Mathematikunterrichts - Zur Geschichte und zu den Perspektiven eines Leitbriefes in Ost und West. In: *Beiträge zum Mathematikunterricht 1997*, Seiten 23-30, Hildesheim 1997
- [15] Griesel, Heinz: Sind die Vorrangregeln für das Berechnen von Termen beweisbare Sätze? - Eine didaktisch orientierte Sachanalyse}. In: *Mathematik Lehren und Lernen nach TIMSS*, Berlin, (3-06-002365-4), S. 39-42

**Autor**

Prof. Dr. Heinz Griesel, Zeisigweg 6,  
34225 Baunatal-Altenritte (Germany)