

## Zur Entwicklung der Disziplin Mathematikdidaktik in den alten Bundesländern<sup>1)</sup>

Hans Joachim Burscheid, Köln (Germany)

**Kurzreferat:** Gemäß der vorgegebenen Konzeption der Tagung werden folgende Punkte angesprochen:

- Mathematikdidaktik als Wissenschaftsbereich,
- Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses,
- Internationale Beziehungen.

**Abstract:** The following issues on the development of didactics of mathematics as a professional field in the states of the former Federal Republic of Germany (F.G.R) are discussed:

- Didactics of mathematics as a scientific discipline
- Promotion of scientific talents
- Internationalization of research in the Federal Republic of Germany (F.R.G)

**ZDM-Classification: D10**

### 1. Mathematikdidaktik als Wissenschaftsbereich

Zweckmäßigerweise unterscheidet man formale Strukturen:

- Institutionalisierung,
- sachliche und personelle Ausstattung der mathematikdidaktischen Einheiten,
- Aufgabenbeschreibung der Dozenten,
- Adressatenkreis mathematikdidaktischer Lehrveranstaltungen,

inhaltliche Bezüge:

- Gegenstand der Mathematikdidaktik,
- Forschung:
  - Methoden zur Gewinnung mathematikdidaktischer Erkenntnisse,
  - Auswirkungen auf die Unterrichtspraxis.

### Formale Strukturen

Entscheidend war die im Grundgesetz der Bundesrepublik niedergelegte Kulturhoheit der Länder, die diesen die Möglichkeit gab, ihre gesellschaftspolitischen Vorstellungen direkt umzusetzen. Unterschiede im Schulsystem, die sich schon in den verschiedenen Besatzungszonen seit 1945 ausgeprägt hatten, wurden damit weiter ausdifferenziert. Eine gewisse Einheitlichkeit bestand darin, daß die beiden Schulformen der Vorkriegszeit – achtklassige Volksschule und neunklassiges Gymnasium mit Eintritt nach dem 4. Schuljahr – weitgehend übernommen wurden; lediglich in Bremen, Hamburg und Schleswig-Holstein wurde die Grundschule auf 6 Jahre ausgedehnt. Auch an den Ausbildungsstätten für die Lehrer hielt man weitgehend fest. Studenten für das Höhere Lehramt besuchten die Universität, wo sie nach einer Mindeststudienzeit von 8 Semestern die Fakultas für 2 oder 3 Fächer erwarben, die wieder in Haupt- und Nebenfächer geglie-

dert sein konnten. Die Berufsspezifität ihres Studiums beschränkte sich i. w. auf das sog. Philosophikum, eine Prüfung, die sich auf Pädagogik und in der Regel Philosophie oder Psychologie bezog. Zusätzliche Studien- und Prüfungselemente, die einzelne Bundesländer – wie etwa Nordrhein-Westfalen – vorsahen, waren freiwilliger Natur – so ein sechswöchiges Schulpraktikum während der Semesterferien – oder blieben überwiegend wirkungslos – so die Einführung einer sog. Schulklausur im Rahmen der Ersten Staatsprüfung, die sich an Elementar- und eben Schulmathematik orientieren sollte –, da es bis auf wenige Ausnahmen keine entsprechenden Studienangebote gab. Auch Studienanteile in Fachdidaktik oder -methodik waren nicht verbindlich und Angebote höchst selten.

Die Verantwortung für die Qualität des gymnasialen Unterrichts wurde allerdings von einzelnen Hochschulmathematikern sehr ernst genommen, wobei diese naturgemäß in erster Linie die fachliche Ausbildung der zukünftigen Studenten im Auge hatten, diese dann aber mit Augenmaß betrieben und sich auch erzieherischen Aufgaben in einem weiten Sinne verpflichtet fühlten (Behnke 1953). Auch bei der Wiederaufnahme erster internationaler Kontakte (z. B. Neugründung der IMUK) lag die Verantwortung in Händen dieser Hochschullehrer. In diesen Kontext gehören auch die ersten Gründungen mathematikdidaktischer Einrichtungen an Universitäten. Die größte Wirkung dürfte das Seminar für Didaktik der Mathematik an der Universität Münster erzielt haben, das von Heinrich Behnke schon Anfang der fünfziger Jahre gegründet wurde. Behnke organisierte darüber hinaus nationale und sogar erste internationale Tagungen (Behnke – Steiner 1967). Schon bald kam es zur

- Fortführung oder Neugründung von Zeitschriften:

- Mathematisch Physikalische Semesterberichte N. S., seit 1950
- Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht (MNU) (in der Nachfolge der „Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften“), seit 1948/49
- Der Mathematikunterricht (MU), seit 1955

Die anvisierten Themen waren:

- stoffdidaktische Vorschläge
- besondere, von einzelnen erprobte Unterrichtsmethoden (MU)
- Förderung des wissenschaftlichen Lebens unter den Studienräten (Semesterberichte)

Im Vorwort zu Heft 1 der neuen Semesterberichte schreibt Behnke:

„... entscheidend für eine dauerhafte Wirkung auf einen Primaner, der geistigen Eindrücken zugänglich ist, bleibt allein die wissenschaftliche Komponente in der Persönlichkeit des Lehrers.“

„Völlig fern liegen uns didaktische Fragen des Schulunterrichts ...“

„Pflege des Zusammenhangs von Universität und Schule ...“

Auch wenn eine Durchsicht der Semesterberichte zeigt, daß die Praxis weniger rigide war als dieses Zitat vermuten läßt – man vgl. z. B. die Auffassung von Mathematikdidaktik in Behnke-Steiner 1960, S. 215 –, so dürfte sein Tenor treffend wiedergeben, wie Mathematiker, die sich der Ausbildung von Gymnasiallehrern verpflichtet fühl-

<sup>1)</sup> Frau Kollegin Viet (Osnabrück) und den Herrn Kollegen Bennack (Köln), Griesel (Kassel), Schubring und Steiner (Bielefeld) sowie Schupp (Saarbrücken) danke ich für wertvolle Hinweise.

ten, ihre Aufgabe definierten.

- Auflage neuer Sammelwerke
  - Grundzüge der Mathematik, Hrsg. H. Behnke u. a., 1958 ff  
Ziel: Wissenschaftliche Grundlegung der Schulmathematik
  - Handbuch der Schulmathematik, Hrsg. G. Wolff, 1960 ff  
Ziele u. a.: Überbrücken der Kluft Schule - Hochschule  
Betonung des Einbezuges der (mathematischen) Forschung

Insbesondere die „Grundzüge“ sind auch unter dem Blickwinkel zu sehen, daß die „Éléments de mathématique“ der Bourbakisten in der Bundesrepublik ihre Wirkung erst nach dem Krieg voll entfalteten und in Folge auch die kanonischen Inhalte der klassischen mathematischen Teilgebiete neu aufgeschrieben wurden.

- Neuauflage der „klassischen“ Methodik von W. Lietzmann, 1951

Bem.: Über die beiden ersten Jahrzehnte der Entwicklung der Gymnasialdidaktik informiert kenntnisreich das bekannte Werk von H. Lenné, Analyse der Mathematikdidaktik in Deutschland. Stuttgart, 1969.

Abweichend von den Studenten für das Höhere Lehramt besuchten angehende Volksschullehrer nach der Reifeprüfung (oder einer spezifischen Sonderprüfung) zunächst zwei, später drei Jahre unterschiedlich benannte pädagogische Einrichtungen. Ihre Ausbildung folgte nicht streng dem Fachlehrerprinzip, war bevorzugt pädagogisch ausgerichtet und kann nur bedingt als akademisch gelten. Die in der Ausbildung dieser Lehrer tätigen Dozenten deckten – soweit sie für Schulfächer zuständig waren – teilweise mehrere Fächer ab. Ihr Ausbildungsauftrag bezog sich auf die Vermittlung einer fachspezifischen Unterrichtsmethodik. Zu ihren Aufgaben gehörten eine nicht klar umrissene pädagogische Forschung aber keine Förderung eines wissenschaftlichen Nachwuchses. Die sachliche und personelle Ausstattung dieser Einrichtungen war eher bescheiden.

In gleicher Weise wie die Ausbildung der Gymnasiallehrer sich in den Fahrgeleisen der Vorkriegszeit bewegte, galt dies auch für die Volksschullehrerbildung. Man stützte sich auf Neufassungen der alten Rechen- und / oder Raumlehremethodiken sowie Neukonzeptionen solcher Werke. Beispielhaft genannt seien:

- Breidenbach, W., Rechnen in der Volksschule, 1957
- Breidenbach, W., Raumlehre in der Volksschule, 1958
- Fettweis, E.: Anleitung zum Unterricht in der Raumlehre, 1951
- Kempinski, H., Lebensvolle Raumlehre, 1952
- Kruckenberg, A., Die Welt der Zahl im Unterricht, 1950
- Norbisrath, J., Didaktik und Methodik des Rechenunterrichtes, 1949.

Bewegung kam in die Entwicklung der Volksschule durch ihre politisch gewollte Aufwertung und damit auch in die Entwicklung der Ausbildungsstätten ihrer Lehrer, die in einzelnen Bundesländern – z. B. NW in den 60er Jahren – den Status wissenschaftlicher Hochschulen und damit mitunter sogar Promotions- und Habilitationsrecht

erhielten. Im Personalbereich hatte dies die Konsequenz, daß den Fachdidaktiken – wenige – Stellen für wissenschaftliche Assistenten zugewiesen wurden, die erstmals eine gezielte Nachwuchsförderung ermöglichten.

Die politische Aufwertung der alten Lehrerbildungsstätten erfolgte u. a. mit dem Ziel, die Lehrerbildung zu „verwissenschaftlichen“. Dies erforderte als erstes, neben den fachmethodischen einen fachinhaltlichen Teil in die Ausbildung der angehenden Lehrer aufzunehmen. Eine Konsequenz war, daß man die Stellen der Ausbilder mit Persönlichkeiten besetzte, die ein erfolgreiches Universitätsstudium – d. h. mit Promotionsabschluß – absolviert hatten. Solche gab es kaum im Bereich der Volksschule, wohl im Gymnasialbereich. Die meisten Stellen wurden daher mit qualifizierten Gymnasiallehrern – häufig Fachleitern oder Studienräten i. H., bislang tätig an den (wenigen) fachdidaktischen Seminaren der Universitäten – besetzt.

Für diesen Personenkreis gehörte neben der Verpflichtung zur Lehre auch fachdidaktische Forschung zur expliziten Aufgabenbeschreibung. Lehrerfortbildung wurde zumindest nicht in allen Bundesländern genannt, die Mitwirkung bei dieser allerdings als selbstverständlich unterstellt. Eine Verpflichtung zur Mitarbeit bei der Entwicklung von Lehrmaterialien – insbesondere von Schulbüchern – verbot sich, da dies das in der Bundesrepublik vertretene System der freien Marktwirtschaft nicht zuließ.

Eine kurze Bemerkung zur Lehrerfortbildung und Schulbuchentwicklung sei angefügt.

Bedingt durch die Kulturhoheit der Bundesländer kann Lehrerfortbildung bestenfalls auf Landesebene durchgeführt werden. Deren Umfang wird im einzelnen von den Ländern – und damit völlig unterschiedlich – festgelegt und auch von diesen organisiert. Daß Didaktiker an der Lehrerfortbildung zu beteiligen sind, ist meines Wissens in keinem Bundesland festgeschrieben. Ein Weiterleiten neuer mathematikdidaktischer Erkenntnisse an die Lehrerschaft ist daher in organisierter Form nicht gegeben. Die befriedigendste Situation herrscht noch an den Gymnasien, wo der Förderverein in seiner monatlich erscheinenden Verbandszeitschrift sowie durch die Jahrestagung auf Bundesebene und durch lokale Tagungen auf Regionalebene die Fortbildung seiner – zahlreichen – Mitglieder in die Hand nimmt. Aber natürlich ist es auch für ihn kein Muß, Didaktiker hinzuziehen. Zeitschriften, die sich an Volksschullehrer richteten, waren insoweit der Lehrerfortbildung zuzurechnen, als sie immer wieder einmal einschlägige Artikel publizierten. Deren Wirkung wurde allerdings dadurch eingeschränkt, daß die Autoren sich einer von ihren Vorkenntnissen her wesentlich heterogeneren Leserschaft gegenüber sahen als dies im Gymnasialbereich der Fall war.

Was die Herstellung von Schulbüchern betrifft, so war und ist diese in der Bundesrepublik in der Hand von Verlagen, d. h. marktwirtschaftlich orientierter Unternehmen. Und das Unternehmen entscheidet, was ihm marktwirtschaftlich attraktiv erscheint, d. h. heute: was möglichst genau den Lehrplänen entspricht, und was nicht. Damit wird letztendlich die Umsetzung didaktischer Erkenntnisse über die Verkaufszahlen von Schulbüchern durch die Lehrerschaft und nicht durch die Lernerfolge von Schülern bewertet. Und das Urteil der Lehrerschaft hängt wie-

der davon ab, wie sorgfältig und umfangreich sie auf dem Weg der Lehrerfortbildung oder durch die Lehrerhandbücher in den Schulbuchwerken mit neuen didaktischen Ergebnissen vertraut gemacht wird. Derartige Lehrerfortbildung muß dann aber von den Verlagen finanziert und von der Autorengruppe betrieben werden.

Bei den Studenten des Lehramtes als den ersten Adressaten mathematikdidaktischer Lehrveranstaltungen ist zu unterscheiden zwischen Sekundarstufe II auf der einen und Primarstufe und Sekundarstufe I auf der anderen Seite.

Erst seit den 80er Jahren haben auch die Studierenden der Sekundarstufe II in allen alten Bundesländern einen verbindlichen Anteil von Fachdidaktik in ihr Studium zu integrieren. Er variiert allerdings stark nach Umfang und Inhalt. An vielen Universitäten wird diese Verpflichtung immer noch kariert. Die tatsächlichen Verhältnisse sind Gegenstand einer Studie, die Frau Kollegin Hefendehl-Hebeker vorstellen will.

Für die Studierenden der Primarstufe und der Sekundarstufe I, die inzwischen alle an Pädagogischen Hochschulen oder ihnen vergleichbaren Fakultäten oder Fachbereichen ausgebildet werden, sieht die Situation wesentlich günstiger aus. Ihre fachliche und fachdidaktische Ausbildung liegt in der Mehrzahl der alten Bundesländer jeweils in einer Hand, und auch die durch die Prüfungsordnungen vorgegebenen Stundenanteile erlauben in der Regel, diese Studierenden mit einem fachdidaktischen Basiswissen auszustatten. Dazu dürften i. w. die didaktisch orientierten Sachanalysen der zu behandelnden Inhalte aufgegriffen werden und darüber hinaus – je nach verfügbarer Zeit - unterrichtsmethodische Fragen und / oder Fragen der Unterrichtskonzeption behandelt werden. Mehr zu erreichen, dürfte nur in wenigen Einzelfällen möglich sein.

### Inhaltliche Bezüge

Was den Gegenstand der Mathematikdidaktik, ihre Inhalte und die Methoden ihrer Forschung betrifft, so möchte ich dieses Thema in der Form abhandeln, daß ich - aus mehr systematischer als historischer Sicht - zu zeigen versuche, wie die Gegenstandsbestimmung der Mathematikdidaktik und die daraus resultierende Aufgabenbeschreibung eine sich wandelnde Theoriegewinnung erforderlich machte und eine eigene, gegen andere wissenschaftliche Disziplinen mehr oder minder stark abgegrenzte Forschungstätigkeit hervorrief. Bevor ich mich aber inhaltlichen Fragen zuwende, seien noch einige wissenschaftsorganisatorische Maßnahmen und Einrichtungen genannt, die für die Entwicklung der Mathematikdidaktik von besonderer Bedeutung waren:

- 1967: Einrichtung der jährlichen Bundestagungen für Didaktik der Mathematik mit der 1. Tagung in Osnabrück
- 1968: Gründung des Zentrums für Didaktik der Mathematik in Karlsruhe
- 1969: Erscheinen des Zentralblattes für Didaktik der Mathematik
- 1973/74: Gründung des Instituts für Didaktik der Mathematik in Bielefeld
- 1975: Gründung der Gesellschaft für Didaktik der

Mathematik auf der Bundestagung in Saarbrücken

1980: Erscheinen des Journals für Mathematik-Didaktik.

Diese äußeren Zeichen einer sich etablierenden Disziplin wurden getragen von einer Entwicklung, die darauf abzielte, Mathematikdidaktik zwar in ihrer Komplexität zu begreifen, was erforderte, die sie bestimmenden Fragestellungen und ihre Methodologie zu präzisieren, sie aber durchaus als eigenständig zu betrachten, d. h. abzugrenzen gegen sog. Bezugswissenschaften.

Zur systematischen Behandlung des Gegenstandes der Mathematikdidaktik knüpfte ich an die Auffassungen von Kollegen an, die – wie mir scheint – die Entwicklung der Mathematikdidaktik richtungsweisend mitbestimmt haben.

Auf der Versammlung des Fördervereins 1951 hält Friedrich Drenckhahn einen Vortrag mit dem Titel „Zur Didaktik der Mathematik und ihrer Wissenschaftsmethodik“ (Drenckhahn 1952/53). Dort liest man:

„Unter Didaktik der Mathematik wird im folgenden die Darstellung des Gegenständlich-Stofflichen der Mathematik unter dem Gesichtspunkt der Lehre verstanden, unter ihrer Wissenschaftsmethodik die Verfahrensweisen in der Gewinnung der so definierten Inhalte.“

Eine derart definierte Mathematikdidaktik steht voll in der Tradition der Gymnasialdidaktik und ist die vorherrschende Auffassung bis weit in die 70er Jahre hinein. Von Didaktikern dürfte sie heute kaum noch, von Mathematikern allerdings noch recht häufig vertreten werden. Ihre Bezugswissenschaft schlechthin ist die Mathematik. Von ihr entlehnt sie ihre Arbeitsmethoden. Ergebnisse anderer Wissenschaften dienen eher als Aufhänger für den arbeitenden Didaktiker.

Die Untersuchungen, die auf diese Auffassung von Mathematikdidaktik zurückgehen, erreichten in ihren besten Beispielen – sog. didaktisch orientierten Sachanalysen – das Ziel, den Unterrichtsinhalten eine fachlich einwandfreie und gleichzeitig schülergemäße oder unterrichtsadäquate Darstellung zu geben. Die Autoren gehörten überwiegend der jüngeren Didaktikergeneration an, die aus den Gymnasien oder mathematikdidaktischen Universitätsseminaren an die Pädagogischen Hochschulen gewechselt waren. Sie hatten die Volksschulmethodik – insbesondere im Grundschulbereich – bis dato eher am Rande zur Kenntnis genommen und vermißten, als sie sich mit ihr nun von Berufs wegen auseinandersetzen mußten, vor allem eine solide fachliche Fundierung des Stoffes.

Der Wunsch, methodische Überlegungen auf ein solides fachliches Fundament zu setzen, wurde auch dadurch gefördert, daß ihnen – dies wurde schon gesagt - neben der methodischen auch die fachliche Ausbildung der Studenten übertragen war, was es nahelegte, fachinhaltliche und fachdidaktische Inhalte – wie es nun zunehmend hieß – aufeinander abzustimmen.

Der Schwerpunkt der stoffdidaktischen Analysen lag zunächst in der Sekundarstufe I, was dann auch Auswirkungen auf die Gymnasialdidaktik hatte und zu einer positiven Wechselwirkung führte. Es wurde der gesamte arithmetisch-algebraische Bereich, soweit er bis zum 10. Schuljahr behandelt wird, sowie die Grundlegung des

Funktionsbegriffs sorgfältig bearbeitet.

Auf Seiten der Geometrie mit ihrer andersartigen Problematik und andersartigen Stofforganisation (Becker 1978) ging es bei den stoffdidaktischen Analysen weniger um eine grundlegend neue Bearbeitung der Inhalte als vielmehr um eine Analyse der Inhalte auf bestimmte Zielvorstellungen hin, z. B. die Vermittlung bestimmter Grundqualifikationen (Holland 1973) oder die Problematik des Beweisens (Griesel 1963). Insgesamt ist das Engagement der Didaktiker auf dem geometrischen Feld allerdings eher geringer gewesen als auf dem arithmetisch-algebraischen (Holland 1974).

Der hohe Stellenwert, den Stoffdidaktik Ende der 60er, Anfang der 70er Jahre hatte, wird deutlich aus dem Titel eines Vortrages von Heinz Griesel auf der Bundestagung 1971 (Griesel 1972): „Die mathematische Analyse als Forschungsmittel in der Didaktik der Mathematik“.

Griesel weist zwar in seinem Vortrag explizit darauf hin, daß die mathematische Analyse nur eine unter verschiedenen Untersuchungsmethoden der Mathematikdidaktik ist, und versäumt auch nicht, ihre Grenzen zu ziehen, doch bleibt auch kein Zweifel – und darin konnte er sich der Zustimmung der großen Mehrheit seiner Kollegen sicher sein –, daß die mathematische Analyse am Anfang oder im Zentrum jeder unterrichtsbezogenen Überlegung zu stehen hat.

Didaktisch orientierte Sachanalysen wurden von der Sekundarstufe I auf die Inhalte der Sekundarstufe II ausgedehnt, waren hier aber weniger augenfällig, da der Oberstufenstoff des Gymnasiums von jeher stärker mathematischen Ansprüchen genügen mußte, und daher wissenschaftlich fundierter war als die Inhalte der Volksschule.

Auf der Bundestagung 1968 spricht Bernhard Bierbaum (wie F. Drenckhahn an einer Pädagogischen Hochschule tätig) zum Thema „Wesen und Wissenschaftlichkeit der Didaktik der Mathematik und ihr Studium an Universität und Pädagogischer Hochschule“ (Bierbaum 1969). Er sagt:

„Unter „Didaktik der Mathematik“ verstehe ich die Disziplin, die sich mit den Veränderungen des Menschen durch Mathematik beschäftigt. Unter „Veränderungen“ verstehe ich geistige und psychische Veränderungen. Dazu gehören u. a. „Bildung“, weitere Änderungen der ethischen Haltung und der ästhetischen Einstellung, das Aneignen von Wissen und Können.“

Diese sehr offene Auffassung von Mathematikdidaktik blieb damals weitgehend ohne Echo. Einer der Gründe war sicherlich das zu dieser Zeit in der Mathematikdidaktik dominante Paradigma der didaktisch orientierten mathematischen Analyse.

Fragt man, wie Bierbaum zu einer solch weit gefaßten Auffassung kam – er kam persönlich auch aus der Gymnasialdidaktik –, so dürfte ein Grund die an der Pädagogischen Hochschule notwendige Auseinandersetzung mit der Entwicklung der Grundschule gewesen sein. Denn während im S I-Bereich die Stoffdidaktik dominierte und die traditionelle Volksschulmethodik sichtlich an Einfluß verlor, war das Bild im Grundschulbereich nicht so einhellig. Dort gab es i. w. drei Tendenzen:

- die Fortführung der Ideen der Grundschulpädagogik (u. a. K. Resag, F. Bärmann, H. Karaschewski), in die sich auch Didaktiker der neuen Generation einbanden (z. B.

H. Winter) und deren Wert durchaus gesehen wurde (vgl. Griesel 1971);

- die Neuorientierung des gesamten Curriculums in starker Wechselwirkung mit der von außen hineingetragenen sog. Neuen Mathematik (vgl. „Wir lernen Mathematik“ von W. Neunzig und P. Sorger);
- die Anlehnung des Curriculums an psychologische Theorieelemente (vgl. „Mathematik in der Grundschule“ von H. Besuden und A. Fricke).

So konstatiert auch Hans-Georg Steiner 1971 in der Vorbemerkung einer Analyse „Mathematik und Mathematikdidaktik an Pädagogischen Hochschulen der BRD“ (Steiner 1971):

„In der Didaktik der Mathematik an den Pädagogischen Hochschulen der Bundesrepublik sind vor allem drei Komponenten wirksam geworden: die stark methodisch orientierte, inhaltlich im Traditionellen wurzelnde Fortsetzung der älteren Volksschuldidaktik, die international zur Geltung kommende Reformbewegung mit neuen Inhalten und neuen Auffassungen vom Mathematiklernen vor allem in der Grundschule und eine von der Gymnasialdidaktik und den didaktischen Seminaren an einigen Universitäten entwickelte stoffdidaktische Analyse mit entsprechenden Vorstellungen von einer mathematisch-stoffdidaktischen Ausbildung der Lehrer. Man kann beobachten, daß diese Komponenten in den letzten Jahren nicht isoliert geblieben sind, sondern sich gegenseitig durchdrungen und ergänzt haben.“

Eher zurückhaltend ist der Tenor in der Bewertung einer Befragung „Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik“, gezeichnet von H. Bauersfeld, K. P. Grottemeyer, V. Weis, die im gleichen Band des ZDM (Bauersfeld 1971) publiziert wurde. Dort heißt es:

„Es ist eine andere Frage, ob für jeden Gegenstandsbereich eine Fachdidaktik auch bereits hinreichend entwickelt vorliegt oder ob nicht umgekehrt die Curriculum-Forschung und -Entwicklung ihrerseits Entwicklungsanstöße gibt, u. a. durch die Notwendigkeit des Wandels von einer isolierten und einseitig gegenstandstheoretisch orientierten Fachdidaktik hin zu einer sich integrierenden und an umfassenderen Zielen orientierten.“

Man kann diese Äußerungen durchaus als verhaltene Kritik an einer Überbetonung der in voller Blüte stehenden Stoffdidaktik verstehen.

Summa: Auch die Grundschuldidaktik der ersten Jahrzehnte ist vornehmlich an den Inhalten interessiert, berücksichtigt aber in zunehmendem Maße den Lernenden – den Unterrichtsprozeß allerdings nur aus der allgemeindidaktischen Perspektive der traditionellen Grundschulpädagogik.

Damit rücken neben der Mathematik weitere Disziplinen wie Psychologie und Allgemeine Didaktik als Bezugswissenschaften für mathematikdidaktische Untersuchungen in den Blick.

Wenn die offene Auffassung von Mathematikdidaktik, die Bierbaum vertrat, auch 1968 noch kein sonderliches Echo fand, so geht die Entwicklung in den Folgejahren doch deutlich in die von ihm propagierte Richtung.

In einer Analyse „Didaktik der Mathematik“, die 1974 im ZDM erscheint, formuliert Hans-Günter Bigalke (Bigalke 1974):

„Mathematikdidaktik ist die Wissenschaft vom Lernen und Lehren von Mathematik. Sie untersucht die Ziele, Inhalte und

Voraussetzungen, entwickelt und erprobt praktikable, effektive und zweckmäßige Unterrichtseinheiten einschließlich der notwendigen Unterrichtsmedien und versucht ihre Erkenntnisse in der Praxis zu realisieren.“

Interessanterweise hatte Bigalke auf der Bundestagung 1971 – also drei Jahre zuvor – in seinem Vortrag „Tendenzen und Aufgaben der mathematikdidaktischen Forschung“ noch formuliert (Bigalke 1972):

„... die Mathematikdidaktik kann heute gewiß noch nicht für sich in Anspruch nehmen, wissenschaftlich zu sein.“

Man sieht, wie schnell sich für die Beteiligten das Bild der Mathematikdidaktik in jenen Jahren wandelte und wie optimistisch, um nicht zu sagen euphorisch, ihre Entwicklung eingeschätzt wurde.

Auch H. Griesel stellte in seinem Beitrag zu der genannten Analyse die Wissenschaftlichkeit der Mathematikdidaktik nicht in Frage. Er schrieb (Griesel 1974):

„Unter Didaktik der Mathematik wird diejenige Wissenschaft verstanden, welche sich mit allen Fragen und Problemen der Forschung und Entwicklung beschäftigt, die das Lernen von Mathematik betreffen.“

Ein Aspekt der Mathematikdidaktik wird von Griesel besonders herausgestellt. Zitat:

„Die angegebene Definition des Begriffs Didaktik der Mathematik macht deutlich, daß zu ihr sowohl Forschung als auch Entwicklung gehören.“

Gemäß dieser Auffassung kann man die Entwicklung von Lehrmaterialien, insbesondere Schulbüchern, durchaus als berufliche Tätigkeit eines Didaktikers betrachten. Setzt man aber die Entwicklung geeigneter Schulbücher auf eine Stufe mit didaktischer Forschung, so muß für den Entwickler eine vergleichbare Freiheit reklamiert werden wie für den Forscher. Wie oben schon skizziert wurde, ist die Freiheit des Entwicklers aber sowohl staatlicherseits (Richtlinien) wie durch Verlagsinteressen mehr als eingeschränkt.

Daß es möglich ist, originelle und - trotzdem - von der Lehrerschaft weitgehend akzeptierte Schulbücher auf den Markt zu bringen, sei durch ein einziges Beispiel belegt:

1967 erschien „Mathematik in der Grundschule“ von H. Besuden und A. Fricke, ein Schulbuch, das im arithmetischen Teil konsequent dem aus der Piagetschen Psychologie abgeleiteten Operativen Prinzip folgte. Im Sinne von Griesel wurde damit ein Beispiel didaktischer Entwicklungsarbeit geleistet, das schon deshalb bahnbrechend war, weil es Piagets Ideen mit einer Konsequenz umsetzte, wie sie zu diesem Zeitpunkt von der Mehrzahl der Didaktiker bestenfalls als möglich erachtet wurde.

In der ZDM-Analyse, zu der neben H.-G. Bigalke und H. Griesel noch fünf weitere Autoren beitrugen, schrieb Michael Otte (Otte 1974):

„Das zentrale Problem der Didaktik der Mathematik, d. h. ihr wissenschaftlicher Gegenstand ist das System der inhaltlich begründeten bzw. der organisierten Bemühungen zwischen den an der Realisierung des Mathematikunterrichts und seiner Integration in übergreifende Zusammenhänge des Schul- und Gesellschaftssystems beteiligten Partnern (Funktionen). Der Gegenstand der Didaktik der Mathematik ist zusätzlich dadurch bestimmt, daß sie an dieses Beziehungssystem unter dem Gesichtspunkt seiner Optimierung heran-

geht.“ (2. Sperrung vom Verf.)

Mit dieser Auffassung wird auch Soziologie zur Bezugswissenschaft der Mathematikdidaktik.

Bem: Bei aller Unterschiedlichkeit im einzelnen gibt die ZDM-Analyse treffend wieder, wieweit die Mathematikdidaktik Mitte der 70er Jahre elaboriert war. Damit ist der Anschluß an den Abriß über die mathematikdidaktische Forschung im GDM-Report für ICME 7 in Quebec hergestellt (Schupp 1992), für den die Autoren G. Walther, H. Struve und Verf. das Jahr 1976, in dem ICME 3 in Karlsruhe stattfand, als Ausgangspunkt gewählt hatten. Eine - allerdings deutlich geraffte - Darstellung der Entwicklung der Mathematikdidaktik gibt G. Schubring in den Proceedings von ICME 4 (Berkeley, 1980) (Zweng 1983, p. 482 ff.)

Wie wurde nun die zunehmende Ausweitung der Auffassung von Mathematikdidaktik ausgefüllt? Einen wesentlichen Beitrag leistete die Grundschuldidaktik. Sie stellte den Lernenden und (zunehmend) den Unterrichtsprozeß gleichrangig neben den Unterrichtsgegenstand, was zu einer intensiven Auseinandersetzung führte u. a. mit

- den kognitiven Bedingungen des Lernenden und deren Veränderung durch Lernen,
- den Fragen nach Wesen und Funktion didaktischer Prinzipien und weiter nach zweckmäßigen Organisationsformen des Unterrichtsprozesses,
- dem Problem des Wissenserwerbs und den Konsequenzen für die Rolle von Lehrer und Unterricht.

Diese und ähnliche Fragestellungen, die methodisch nur mit Mitteln der nichtmathematischen Bezugswissenschaften bearbeitet werden konnten, führten zu einer generellen Öffnung der Mathematikdidaktiker vor allem gegenüber empirischen Forschungsmethoden, wobei zunehmend sog. qualitative empirische Methoden bevorzugt wurden.

Gemäß der sich weitenden Auffassung der Mathematikdidaktik wurden die Fragen der Grundschule recht komplex und vielleicht nicht immer hinreichend systematisch angegangen. Unstrittig dürfte aber sein, daß eine Vielzahl interessanter didaktischer Ideen von Problemen der Grundschule ihren Ausgang nahmen.

Die Dominanz der die ersten Jahrzehnte beherrschenden Stoffdidaktik schwächte sich in der Folge ab. Eine sehr vordergründige Erklärung wäre, daß es aufgrund von immer rigideren Lehrplänen nur noch eingeschränkte Möglichkeiten für stoffdidaktische Arbeiten gibt. Überdenkt man aber die Entwicklung sorgfältig, so läßt sich an einen Gedanken anknüpfen, den ich dem oben schon herangezogenen Beitrag von Otte zur Analyse „Didaktik der Mathematik“ entnommen habe. Es heißt dort:

„Es ist aber meine These, daß die mangelnde Berücksichtigung des inhaltlichen Aspekts mathematischer Lernprozesse die fruchtbare Aufarbeitung gesellschaftswissenschaftlicher Einsichten genauso behindert, wie umgekehrt ein Ausblenden der psychischen und sozialen Voraussetzungen solcher Lernprozesse nur zu einer Fetischisierung der Fachinhalte und damit nicht zu ihrer Aufarbeitung für den Zweck des Mathematikunterrichts führt. In der mathematikdidaktischen Literatur arbeiten sich diese beiden extremen Standpunkte oft wechselseitig zu, so sehr sie auf den ersten Blick einander entgegengesetzt zu sein schei-

nen. ... Es laufen im Endeffekt beide darauf hinaus, der Didaktik ihre Wissenschaftlichkeit und damit ihre Entwicklungsfähigkeit zu nehmen.“

Folgt man diesem Gedanken, so wird die zunehmend zurückhaltendere Wertschätzung der Stoffdidaktik verständlich. Ob heute die Gefahr gesehen wird, die in einer – sich in der Grundschuldidaktik entwickelnden – Ausblendung des inhaltlichen Aspekts liegt, sei dahingestellt.

Eine Bemerkung ist erforderlich zu den am IDM durchgeführten Arbeiten. Sie haben die Bedeutung zweier Bezugswissenschaften besonders klar herausgestellt, die häufig nicht ausreichend gewürdigt werden: der Erkenntnistheorie und der Mathematikgeschichte.

Das Forschungsinteresse konzentrierte sich in dem betrachteten Zeitraum vor allem auf Fragen der Stoffdidaktik. Die sich anderer als mathematischer Methoden bedienenden Untersuchungen entwickelten sich erst allmählich. Über ihre Ergebnisse wird in dem schon erwähnten GDM-Report berichtet. Daß im Verlauf der nachgezeichneten Entwicklung der Gegenstand der Mathematikdidaktik zunehmend komplexer wurde, die Auffassung von Mathematikdidaktik sich also zunehmend weitete, dürfte nicht zuletzt daran gelegen haben, daß sich das Bewußtsein für den Einfluß von Normen und Wertungen in der Mathematikdidaktik erst allmählich schärfte (vgl. Zimmermann 1981).

Da mir keine Untersuchungen bekannt sind, die die Auswirkung mathematikdidaktischer Forschung auf die Unterrichtspraxis thematisieren, kann ich nur einige persönliche Einschätzungen geben.

Aus meiner Sicht gibt es i. w. drei Wege, auf denen Forschungsergebnisse den Praktiker erreichen können: das eigene Studium, das Schulbuch, die Lehrerfortbildung.

Daß es natürlich noch einen vierten Weg gibt, die eigene wissenschaftliche Fortbildung aus Interesse am Fach, sollte zwar nicht schamhaft verschwiegen werden, doch ist nach diesem Weg im vorliegenden Falle sicherlich nicht gefragt.

Zur Schulbuchproblematik habe ich schon einiges gesagt. Ob und in welchem Maße über dieses Medium innovative Neuerungen an den Praktiker herangetragen werden können, hängt aus meiner Sicht wesentlich vom Umfang und der Intensität der Lehrerfortbildung ab, die die Einführung des Schulbuches begleitet.

Da man davon ausgehen sollte, daß in einem Studium – alle Lehrer werden inzwischen an Wissenschaftlichen Hochschulen ausgebildet – die angebotenen Lehrveranstaltungen stets den Stand der Forschung berücksichtigen, der Lehrer also zu Beginn seiner Laufbahn einen Wissensstand hat, der dem Erkenntnisstand seiner Fachdidaktik – und nicht des vertretenen Faches – entspricht, so wird die gestellte Frage zurückverwiesen an die Frage nach der Lehrerfortbildung, zu deren Wirksamkeit ich mich schon skeptisch geäußert habe.

Zusammengefaßt: Aus meiner Sicht erreichen Forschungsergebnisse im wesentlichen über die jeweils jüngste Generation die Unterrichtspraxis, und es bleibt – leider – dem kollegialen Gespräch in Verbindung mit den sich wandelnden Schulbüchern überlassen, die Ergebnisse weiterzutragen. Negativ beeinflusst wird dieser natürliche Informationsfluß allerdings derzeit dadurch, daß –

bedingt durch staatliche Regulierung – vielen Schulkollegen seit langem keine jungen Kolleginnen und Kollegen mehr zugeführt wurden.

Man sollte das Problem dieses „Forschungstransfers“ jedoch auch nicht dramatisieren. Forschungsergebnisse sind in der Regel sehr speziell und selten für eine unmittelbare Umsetzung im Unterricht geeignet. Und wir – die Dozenten – sollten uns fragen, wie lange es dauert, bis wir auf allen Gebieten, die wir in der Lehre vertreten, jeweils mit den letzten Ergebnissen vertraut sind. Ich glaube, das Problem ist weitgehend entschärft, wenn wir garantieren können, daß über die Ausbildung die Ergebnisse der Forschung kontinuierlich in geeigneter Form an die Studierenden weitergegeben werden.

Ein fünfter Weg, der didaktische Forschung und schulische Praxis verbunden hat und noch verbindet, darf nicht unerwähnt bleiben, auch wenn er mehr als Ausnahme zu betrachten ist. Es handelt sich um groß angelegte Schulversuche, wie sie von der Stiftung Volkswagenwerk, der Deutschen Forschungsgemeinschaft oder der Kultusbürokratie finanziert wurden. Beispiele sind das Frankfurter Projekt (H. Bauersfeld / V. Weis) um 1970 zum Mathematikunterricht der Grundschule sowie in Niedersachsen Projekte zum Mathematikunterricht der Orientierungsstufe (U. Viet, 1972 – 76 und ab 1979) und der Mittelstufe des Gymnasiums (E. Cohors-Fresenborg, ab 1987). Derartige Schulversuche wurden zwar nicht landesweit durchgeführt, wirkten auf den Kreis der erfaßten Lehrer aber sicherlich wesentlich nachhaltiger als Lehrerfortbildungskurse.

## 2. Förderung des wissenschaftlichen Nachwuchses

Die folgenden Informationen habe ich den am IDM erstellten Dokumentationen (Bauersfeld 1977, Richenhagen 1979, Ahmann 1984) sowie der am Fachinformationszentrum Karlsruhe erstellten und auf CD-ROM erhältlichen Datenbank Mathdi entnommen. Danach sind für die Jahre 1966 bis 1990 insgesamt nur 161 Dissertationen erfaßt, also 6 - 7 pro Jahr, von denen nahezu die Hälfte nicht an mathematikdidaktischen Lehrstühlen geschrieben wurden, was bedeutet, daß relevante Forschungsergebnisse in beachtlichem Umfang den Mathematikdidaktikern verloren gehen, da sie von ihrer Existenz nie oder nur sehr verspätet erfahren.

Wesentlich günstiger ist die Situation bei Habilitationsschriften. Lediglich drei der erfaßten 28 Schriften sind augenscheinlich ohne mathematikdidaktische Betreuung erstellt worden.

Daß die Zahl der Promotionen so gering ist, dürfte verschiedene Gründe haben.

Einmal gibt es immer noch eine Reihe von Ausbildungsstätten ohne fachdidaktisches Promotionsrecht. Dann gibt es eine sicherlich auch nicht geringe Zahl von Kolleginnen und Kollegen, die Mitglieder mathematischer Fachbereiche sind, an denen fachdidaktische Promotionen eher zurückhaltend behandelt werden. Ein weiterer Grund ist das schon angesprochen Problem, daß nämlich mehrheitlich nur Studierende der Lehramter für Primarstufe und für Sekundarstufe I sich intensiv mit Mathematikdidaktik befassen. Und das Studium dieser Studenten führt nur in sehr wenigen Fällen zu der Befähigung

gung, selbständig wissenschaftlich zu arbeiten. Es kommt hinzu, daß dieser Studentenkreis das Studium weit überwiegend als reine Ausbildung ansieht, die man zeitlich begrenzen und nicht durch eine Promotion strecken möchte.

### 3. Internationale Beziehungen

Soweit es sich um Beziehungen handelt, die im strengen Sinne auf individuellen Aktivitäten beruhen, so kann ich mich dazu natürlich nicht äußern, da sie mir höchstens zufällig bekannt sind. Aktivitäten, die von Organisationsstrukturen der Mathematikdidaktik ausgingen, um – auch – internationale Beziehungen aufzubauen, waren

- die Bundestagungen
- die Aktivitäten des IDM
- die Durchführung von ICME 3 1976 in Karlsruhe.

Seit vielen Jahren ist versucht worden, die Bundestagungen international attraktiver zu gestalten, z. B. durch gezielte Einladungen an ausländische Kollegen zu Hauptvorträgen. Da aber so gut wie alle von deutschen Kollegen angemeldeten Vorträge in deutscher Sprache gehalten werden, war diesen Bemühungen durch die Sprachbarriere eine natürliche Grenze gesetzt.

Das IDM hat durch seine vielfältigen Tagungsaktivitäten den Mathematikdidaktikern der alten Bundesrepublik zahlreiche Möglichkeiten geboten, mit Kollegen des Auslandes Kontakte aufzunehmen. Bevorzugt waren dies Kollegen aus den USA, Frankreich und aus England.

Auch wenn man auf Seiten des IDM möglicherweise bisweilen verwundert konstatierte – was ich nicht weiß, aber nicht für ausgeschlossen halte –, daß die gebotenen Möglichkeiten nicht in vollem Umfang genutzt wurden, so bin ich davon überzeugt, daß diese Aktivitäten wesentlich dazu beigetragen haben, daß die Mathematikdidaktik der alten Bundesrepublik die Forschungen der ausländischen Kollegen rezipierte. Der beste Beweis dafür ist das beachtliche Wissen der jüngeren Didaktikergeneration über den internationalen Forschungsstand ihrer Spezialgebiete.

Den Kongreß in Karlsruhe erwähne ich deshalb, weil von ihm so etwas wie eine Initialzündung ausging. Er konfrontierte die hiesige Mathematikdidaktik mit der internationalen Öffentlichkeit und erschloß sie für diese. Ab 1976 wuchs die Teilnehmerzahl bundesdeutscher Kollegen auf internationalen Tagungen ständig.

Interessant wäre es zu wissen, welches Resümee die einzelnen Kollegen aus ihren internationalen Aktivitäten und der Rezeption der internationalen Forschung gezogen haben. Für eine Standortbestimmung der deutschen Mathematikdidaktik wäre dies nicht ohne Wichtigkeit.

### 4. Literatur

Ahmann, H. e. a., (1984): Dokumentation neuerer deutschsprachiger Dissertationen und Habilitationen zu Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht, Band 3. Schriftenreihe des IDM 31

Bauersfeld, H. e. a. (Hg.) (1977): Dokumentation neuerer deutschsprachiger Dissertationen und Habilitationen zu Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht. Schriftenreihe des IDM 13

Bauersfeld, H. e. a. (1971): Zum Selbstverständnis der Fachdozenten für Didaktik der Mathematik. – In: Zentralblatt für Di-

didaktik der Mathematik 3, S. 109 – 113

Becker, G. (1978): Über Hintergrundtheorien geometrischer Schulkurse. – In: *mathematica didactica* 1, S. 13 – 20

Behnke, H. (1953): Der mathematische Unterricht und die Schulreform. – In: *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte* 3, S. 1 – 15

Behnke, H.; Steiner, H.-G. (Hg.) (1967): *Mathematischer Unterricht an deutschen Universitäten und Schulen*. Göttingen

Behnke, H.; Steiner, H.-G. (1960): Der Mathematikunterricht und die Hochschulreife. – In: *Mathematisch-Physikalische Semesterberichte* 7, S. 213 – 223

Bierbaum, B. (1969): Wesen und Wissenschaftlichkeit der Didaktik der Mathematik und ihr Studium an Universität und Pädagogischer Hochschule. – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1968, S. 7 – 18

Bigalke, H.-G. (1974): Sinn und Bedeutung der Mathematikdidaktik. – In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 6, S. 109 – 115

Bigalke, H.-G. (1972): Tendenzen und Aufgaben der mathematikdidaktischen Forschung. – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1971, S. 28 – 40

Drenckhahn, F. (1952/53): Zur Didaktik der Mathematik und ihrer Wissenschaftsmethodik. – In: *Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht* 5, S. 205 – 211

Griesel, H. (1972): Die mathematische Analyse als Forschungsmittel in der Didaktik der Mathematik. – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1971, S. 72 – 81

Griesel, H. (1971): Die sogenannte Moderne Mathematik an Grund- und Hauptschule als Weiterentwicklung der traditionellen Rechendidaktik (und nicht als Irrweg). – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1970, S. 132 – 138

Griesel, H. (1963): Lokales Ordnen und Aufstellen einer Ausgangsbasis, ein Weg zur Behandlung der Geometrie der Unter- und Mittelstufe. – In: *Der Mathematikunterricht* 9/4, S. 55 – 65

Griesel, H. (1974): Überlegungen zur Didaktik der Mathematik als Wissenschaft. – In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 6, S. 115 – 119

Holland, G. (1974): Die Bedeutung von Konstruktionsaufgaben für den Geometrieunterricht. – In: *Der Mathematikunterricht* 20/1, S. 71 – 86

Holland, G. (1973): Vorschläge zur Entwicklung eines Curriculums für den Geometrieunterricht in der Sekundarstufe I. – In: *Beiträge zum Mathematikunterricht* 1972, Teil 1, S. 103 – 118

Otte, M. (1974): *Didaktik der Mathematik als Wissenschaft*. – In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 6, S. 125 – 128

Richenhagen, G. e. a. (1979): *Dokumentation neuerer deutschsprachiger Dissertationen und Habilitationen zu Mathematikdidaktik und Mathematikunterricht*, Band 2. Schriftenreihe des IDM 21

Schupp, H. e. a. (Hg.) (1992): *Mathematics education in the Federal Republic of Germany*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 24/7

Steiner, H.-G. e. a. (1971): *Mathematik und Mathematikdidaktik an Pädagogischen Hochschulen der BRD*. – In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 3, S. 41 – 54

Zimmermann, B. (1981): Versuch einer Analyse von Strömungen in der Mathematikdidaktik. – In: *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* 13, S. 44 – 53

Zweng, M. e. a. (eds.) (1983): *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*. Boston - Basel – Stuttgart

#### Autor:

Burscheid, Hans Joachim, Prof. Dr., Lehrstuhl für Mathematikdidaktik, Universität zu Köln, Gronewaldstr. 2, D-50931 Köln.  
E-mail: <mailto:h.burscheid@uni-koeln.de>