Weigand, Hans-Georg; Weth, Thomas:

Computer im Mathematikunterricht: Neue Wege zu alten Zielen.

Heidelberg, Berlin: Spektrum, Akademischer Verlag, 2002, XIII und 273 Seiten. ISBN 3-8274-1100-9

Hans R. Schneebeli, Baden (Switzerland)

1. Neue Wege zu alten Zielen?

Seit rund 30 Jahren dringt Informatik in die Berufs- und Lebenswelt vor, auch in die Schule, den Mathematikunterricht und die Didaktik. Der Computer hat das Medienwesen oder die Verwaltung umgekrempelt. Vor diesem Hintergrund erstaunt der Untertitel. Welche ‘alten Ziele’ widerstehen der Informatikrevolution? Ist es nicht eher so, dass sich die Unterrichtenden laufend mit Fragen zu beschäftigen haben wie: Wozu brauchen wir das noch, wenn es der Computer doch viel besser kann? Müssen wir noch 20 Lektionen aufwenden, um quadratische Gleichungen zu lösen, wenn die Schüler mit einem Computer-Algebra-System (CAS) ausgerüstet sind? Wozu brauchen wir die Logarithmen? Warum sind ‘Kurvendiskussionen’ nach wie vor ein Thema, obwohl graphische Darstellungen sich dank dem Computer automatisieren lassen? Weshalb sind dynamische Systeme oder gar Differentialgleichungen noch kein Thema in einem computerunterstützten Mathematikunterricht? Hier liegt ein Missverständnis vor: Wer die Ziele kennt, die sich die Autoren für den Mathematikunterricht vorgeben, wird einsehen: Solche allgemeine Ziele, fast schon Ideale, können unangefochten überleben. Wer etwa den Menschen als sprechendes Wesen sieht und Mathematik als formale Wissenschaft, der kann Förderung der Sprachfähigkeit als Ausbildungsziel festlegen und für die Mathematik Formalisieren lernen, Fertigkeiten lernen als zugehörige Spezialisierung aufführen. Bloss, in dieser Allgemeinheit ist das Ziel bekanntlich nie wirklich erreichbar und zwar unabhängig von den Mitteln, den Schülern und den konkreten Inhalten. Hätte Hilbert, hätte Gödel dieses Ziel erreicht? Manche kümmert eine viel bescheidenere Sicht: Welche Fertigkeiten müssen wir mit welcher Sicherheit beherrschen, um in den TIMSS-Tests obenauf zu schwingen?

Richten wir das Augenmerk auf neue Wege. Es könnte ja sein, dass die alten Ziele aus pragmatischen Überlegungen als Arbeitshypothesen gewählt wurden. In der Schule ist ohnehin der Weg oft das Ziel. Wie würde die Bildungsverwaltung auf einen Untertitel Neue Wege, neue Ziele reagieren?

Mit diesen Bemerkungen ist meine Hauptkritik geäussert. Der Text erweist sich nämlich als eine umfassende und sorgfältig erstellte Dokumentation über die Entwicklung der Mathematikdidaktik unter dem Einfluss der neuen Mittel vom Taschenrechner bis zum Internet. Die Hauptthemen sind nach Schulfächern ‘Algebra’ und ‘Geometrie’ gegliedert und nach den Werkzeuggattungen ‘Lernsoftware’ und ‘Internet’. Auch im Index fehlen aber Einträge zu ‘Stochastik’. Bleibt da noch die Frage: Gehört Programmieren zum Mathematikunterricht? Programmierkurse sind im vorliegenden Text kein Thema – und dies zu Recht! Allerdings wird angenommen, dass elementare Algorithmen entwickelt und umgesetzt werden, um Mathematik auch mit Computerhilfe experimentell angehen zu können. Damit lässt sich ein gutes Gegengewicht zur rein formalen und deduktiven Sicht auf die Mathematik herstellen: Mathematische Sachverhalte lassen sich in günstigen Fällen konkret erfahrbar machen. Der Computer vermehrt die Zahl der Beispiele, in denen das möglich ist und damit der Wege, die zum Ziel führen können!

Einen Hinweis, warum dieses Buch für jeden Mathematikunterricht – mit oder ohne Computer – von Belang ist, verdanken wir Schupp: *Der Computer zwingt uns zum Nachdenken über Dinge, über die wir auch ohne Computer längst hätten nachdenken müssen.*

2. Algebra

Zahlen, Terme, Funktionen, Graphen, Gleichungen und Ungleichungen, Folgen, Anwendungen: so lauten die auf Algebra bezogenen Kapitelüberschriften. Dies ist ein geeigneter Rahmen, um die didaktisch wesentlichen Fragen zu behandeln, wenn Tabellenkalkulation, Graphikrechner oder CAS eingesetzt werden. Die drei Ebenen (numerisch/Tabellen, algebraisch/Term, geometrisch/Graph) sind angemessen berücksichtigt. ‘Algebra’ soll sehr extensiv verstanden werden. Auch die Grundzüge der Funktionenlehre und Optimierungsprobleme werden einbezogen.

Wesentliche Fragen werden gestellt und mögliche Antworten anhand der umfangreichen didaktischen Literatur besprochen:

- Wie viel Termumformung braucht der Mensch?
- Wie lässt sich die Korrektheit einer Computerantwort überprüfen oder beweisen, insbesondere dann, wenn der Computer deshalb sinnvoll eingesetzt wird, weil seine Operationen von Menschen nicht mehr von Hand in ‘wenigen’ Einzelschritten überprüfbar sind?
- Was bieten Gerüstdidaktik und das Blackbox-Whitebox-Prinzip?
- Wie viel Übung erfordert ein CAS? Was ist der Zeitwert der speziellen Kenntnisse, die über ein CAS erworben werden im Vergleich zu traditionellen Algebrakenntnissen? Was bleibt an traditionellen Algebrakenntnissen?
- Wie viel Algebra muss man ‘können’ oder ‘kennen’, bevor man ein CAS versteht?
- Wozu braucht es Kurvendiskussionen, wenn ein Computer die Graphen besser und schneller zeichnen kann als der Lehrer es könnte?
- Wie viel Übersetzungsarbeit ist zu leisten, wenn Lösungsideen in traditioneller Sprechweise und Notation gefunden wurden und nun auf einem CAS umzusetzen wären und wie steht es mit der Antwort des CAS? Werden wir bald einen neuen Algebra-slang in produktespezifischer Notation bekämpfen oder gar dulden müssen? Genauer: Welche neuen Missverständnisse werden sich ergeben zwischen Menschen, die eher semantisch argumentieren und

Computerhilfen, die rein syntaktisch arbeiten? Und welche neuen Ausbildungsbedürfnisse (also doch ‘neue Ziele’ ?) müssen daraus abgeleitet werden?

Der Text bietet eine erstaunliche Fülle von Informationen, die nicht nur den Istzustand betreffen. Die Autoren skizzieren zeitliche Entwicklungen, die hier und jetzt didaktisch wertvoll sind: Oft ist es heilsam die Kurzlebigkeit und die Vielfalt der Ansätze ruhig zur Kenntnis zu nehmen. Auch Didaktiker kochen mit Wasser! Und manche offengelegte Holzwege finden nachträgliche Rechtfertigung auf höherer Stufe, indem sie gerade jenen als Lehrstücke oder Warnungen dienen können, die damals noch nicht dabei waren. Auch eine Lehramtskandidatin kann nicht die ganze Entwicklung der Fachdidaktik nachvollziehen. Sie wird sich aber bei diesem Text mit der Frage auseinandersetzen müssen: ‘Welchen Zeitwert haben didaktische Lehrmeinungen, pädagogische Ansätze und Prinzipien, anthropologische Vorgaben oder Anleitungen aus Gerätehandbüchern?’ Mit all dem ist sie nämlich konfrontiert und zwar bereits bevor sie ein Schulzimmer betritt. Für die konkrete Arbeit gibt es eine Fülle von guten Ideen, Erfahrungen, Beispiele und Hinweise, die sehr hilfreich sind, sich im Dschungel des Angebotes an Meinungen, Fakten oder auch Software zu orientieren. Allerdings könnte sich in der Praxis auch zeigen, dass die Vorgaben aus den Lehrplänen als Entscheidungshilfen nicht mehr dienlich sind. Soviel Termumformung, wie im Lehrplan vorgesehen ist, brauchen wir vermutlich nie mehr. Aber wir sollten prinzipiell wissen, wie ein allgemeiner Gleichungslöser arbeitet, welche Unterschiede bestehen zwischen dem Bildschirminhalt und dem wirklichen Graphen einer Funktion, die wir darzustellen glauben und welche Artefakte uns numerische Rechnungen vorgaukeln können. Dies sind grosse didaktische Herausforderungen. Sie zu überwinden heisst: Eher mehr Mathematikverständnis ist nötig als je bisher und die bisherige Schulmathematik war vielleicht etwas gar bieder angelegt und hat uns in eine heile Welt versetzt, die uns vor vielem bewahrt hat. Beispielsweise auch vor der Konfrontation mit den wahren und tiefen Schwierigkeiten die Computer als Hilfsmittel verursachen. Diese lassen sich aber erahnen, wenn wir mit Hilfe von Computer und Mathematik gerade auch die Grenzen seiner Fähigkeiten ausloten können. Mit den Beispielen und Problemen aus der Zeit des händischen Rechnens gelingt das sehr mangelhaft, wenn überhaupt!

3. Geometrie

Konstruktive Geometrie ist eine traditionelle Form der Algorithmik. Warum also weiterhin mit Zirkel, Lineal und Zeichendreieck arbeiten, wenn es doch der Computer auch tun kann? Vieles spricht für einen low tech Zugang zur Geometrie – und in einer späteren Phase ebenso vieles für den Einsatz computergestützter Geometriesysteme, nämlich vor allem die Option, Computergeometrie als lernfähiges System in einem teach in Modus zu programmieren, eine Vielzahl von Beispielen im Zugmodus abarbeiten zu lassen, Vermutungen zu finden, zu widerlegen oder zu begründen. Auf eindrückliche Weise wird dieses Potenzial vorgeführt. Computergeometrie vermag, die verkrusteten und beinahe ritualisierten Formen der alten Schulgeometrie neu zu beleben. Stört es dabei, dass bei einigen Programmen im Hintergrund projektiv und mit komplexen Zahlen gerechnet wird? Müssen das die Lernenden beachten? Sollen das die Lehrenden wissen? Ist das noch jene Geometrie, von der wir glaubten ausgegangen zu sein? Es stellen sich neue Fragen, wenn Vermutungen stochastisch ‘bewiesen’ werden. Müssen die Lehrer mit Tarski’s Sätzen zur Entscheidbarkeit der elementaren Geometrie vertraut werden und sollen sie den Kontrast zur Unentscheidbarkeit der Zahlentheorie kennen? Immerhin zeigen die Sätze Tarskis, dass wir in der ‘elementaren Geometrie’ mit automatischen Beweisen Sicherheit gewinnen können, also nicht auf die stochastische Methode auszuweichen bräuchten. Ein stochastischer ‘Beweis’ vermittelt keine Einsicht, ein automatischer Beweis zeigt dem Lernenden nicht mehr als ein autoritärer Lehrer, der wahre Aussagen ohne Begründung als gültig erklärt. Im Gegensatz zur ebenen Computergeometrie ist die räumliche Geometrie und die zugehörige Computervision so aufwendig und komplex, dass sie nur mit CAD-Systemen für die Hand der Ingenieure überzeugende Ergebnisse liefert. 3D-Systeme sind für die Schule zu teuer oder zu wenig leistungsfähig.

Ganz nett fand ich die Erzeugung von Kegelschnitten mit softwaremässig realisierten Ellipsen-Parabel- oder Hyperbelzirkeln. Allerdings frage ich mich, wie zentral Kegelschnitte als Schulthemen noch sind. Sollten wir vielleicht eher auf Bézier Splines ausweichen, die mindestens so interessant, unwesentlich schwieriger und wesentlich relevanter sind als Kegelschnitte. Ach ja, die Keplerbahnen: richtig, bloss reichen die Schulkenntnisse nicht aus, um die Physik des Zweikörperproblems mit dem Verständnis für die Kegelschnitte zu verbinden. Wer genügend Zeit hat, wird die Kegelschnitte weiter konstruktiv behandeln, hoffentlich mit Computerunterstützung. Das ist an sich reizvoll. Aber wie sinnvoll ist es angesichts der wichtigen Dinge, für welche die Zeit dann nicht mehr reicht? Diese ketzerische Frage stellen Weigand und Weth wiederum nicht. Hoffentlich stellen sie die Lehramtskandidaten in ihrer Ausbildung.

4. Lernsoftware

Ein kurzes Kapitel handelt von der Lernsoftware. Was steckt dahinter? Tutorielle Software erinnert manchmal an den alten programmierten Unterricht, allerdings mit dem kleinen Vorteil, dass die Seiten automatisch umgeblättert werden. Können diese Produkte die Lehrer unterstützen, sie vielleicht gar ersetzen oder mindestens die Eltern entlasten? Es wird rasch klar, dass einige der Produkte den Computereinsatz ad absurdum führen, wenn mit Computerhilfe Dinge gelernt werden, die im Computerzeitalter nicht mehr aktuell sind. Sollen wir tatsächlich das Bruchrechnen mit dem Computer trainieren? Sollen wir nicht lieber konsequent mit Dezimalbrüchen arbeiten und diese Arbeit an den Computer delegieren?

Wie wird der Stoff organisiert? Ganz traditionell, genau wie die bekannten Schulbücher. Warum aber sollen Parabel und Wurzeln, Potenzregeln, Exponentialfunktion und Logarithmen vor der Trigonometrie behandelt werden und weshalb sollen rechtwinklige Dreiecke vor dem Cosinussatz behandelt werden? Die Antwort scheint klar zu sein: Der Lehrplan schreibt es vor. Wer vor 50 Jahren unterrichtete, musste es so tun, weil für die Trigonometrie die Logarithmentafel oder der Rechenstab unabdingbare Voraussetzungen waren. Also mussten Logarithmen vorgängig behandelt werden. Heute ist dieser Aufbau keineswegs zwingend. Im Gegenteil, er zeigt an, dass in der betreffenden Lernsoftware die Rolle der Logarithmen fachlich fragwürdig gewichtet wird. Heute sind Logarithmen kaum mehr als Rechenhilfen zu vertreten. Logarithmen waren einst auf Exponentialgleichungen spezialisierte Solver, genau so wie Wurzeln auf Potenzgleichungen spezialisierte Solver waren. Mit den neuen allgemeinen Solvern eines CAS benötigt die heutige Rechenpraxis diese Sonderfunktionen nicht mehr zwingend. Der Lehrplan liesse sich dank dem Computereinsatz entschlacken, noch mehr auf die Bedürfnisse des Informationszeitalters ausrichten. So liesse sich etwa die Rolle der Logarithmen beim Messen von ‘technischer Information’ nach Shannon darstellen. Wozu sind logarithmische Skalen gut? Um diese Frage zu beantworten, muss man nichts mehr über Rechnen mit Logarithmentafeln oder mit dem Rechenstab wissen, obwohl es gerade dort auch traditionelle Anwendungen logarithmischer Skalen gab – aber das war einmal. Lernsoftware, welche brav den dekretierten Lehrplan erfüllt, verpasst Chancen. Diese Produkte hinken aus kommerziellen Überlegungen allfälligen Neuentwicklungen hintendrein, sie können und wollen nicht Motor neuer Entwicklungen sein. Der vorliegende Text ist in dieser Hinsicht wenig kritisch. Die überladenen Lehrpläne könnten dank den Fragen, die der Computereinsatz stellt, weiter aktualisiert und mit Mut zur Lücke auch verwesentlicht werden. Zu Recht betonen Weigand und Weth, dass die Rechenhilfsmittel schon immer den Unterricht mitbeeinflusst haben.

5. Internet

Ein kurzes und realistisch geprägtes Kapitel warnt vor übertriebenen Hoffnungen, zeigt den möglichen Einsatz des Internets im Unterricht pragmatisch und nüchtern auf.

6. Auslassungen

Wer wirkliche Anwendungen behandeln möchte, muss sich fast immer um Daten kümmern. Diskrete Mathematik und Statistik gewinnen dann gegenüber formalen und analytischen Methoden eher an Gewicht. Zusammen mit CAS-Rechnern werden folgerichtig auch computergestützte Messgeräte angeboten, mit denen sich grosse Datenmengen erfassen lassen, die wir nicht mehr von Hand bearbeiten möchten, weil auch die Zeit fehlt. Eine neue Dimension für Anwendungen ergibt sich aus der Fülle von Daten und den vorbereiteten Werkzeuge für die statistische Behandlung, Prüfung, Darstellung und Aufbereitung als Vorbedingung für den Einsatz algebraischer oder analytischer Methoden. Gelegentlich werden zwar entsprechende Fragen gestreift. Statistik und Stochastik werden aber eher stiefmütterlich behandelt, obwohl gerade auf diesem Gebiet ein Computereinsatz auch didaktisch sehr lohnend sein kann. Experiment und Theorie liessen sich gerade durch Simulationen sinnvoll ergänzen und verbinden. Aus der Sicht der Schulpraxis besteht auch auf diesem Feld ein Bedarf an Erfahrungen und didaktischer Reflexion.

Wer Schüler im Unterricht über längere Zeit beobachtet stellt fest, dass sie kaum mehr unterscheiden zwischen der traditionellen und korrekten mathematischen Notation und dem produktespezifischen Befehlssatz ihres Rechners. Die nötige Übersetzungsarbeit würde man sich gerne schenken. Aber auch hinsichtlich der Begriffsbildung gibt es neue Probleme. Wer es genau nimmt, muss bei einer Funktion Definitionsbereich, Wertebereich, und Zuordnungsgesetz festlegen. Das CAS begnügt sich mit einem Term. Für das CAS sind die Terme sin(t) und sin(x) verschieden und folglich sind auch die durch sie definierten Funktionen nicht gleich. Besser wäre es natürlich die sin-Funktion zu unterscheiden von ihrem Wert sin(t) an der Stelle t. Jeder Praktiker weiss: es ist kaum möglich eine Notation konsequent durchzuhalten. Wir schreiben ja auch $x \to x$ oder bloss x für die identische Funktion, selten vielleicht 1 und eigentlich nie 1^2 für den gewohnten Ausdruck x^2 als Kurzform für $x \to x^2$. Das CAS verwendet eine kundenübliche Notation konsequent. Damit ist seine Notation nicht nach didaktischen oder mathematischen Einsichten optimiert, sondern nach kommerziellen oder nach dem Gutdünken der Entwickler. Schlechte Notationen können sich auf diese Weise zum Schaden des Verständnisses ausbreiten. Die Übersetzungsarbeit können und dürfen wir uns und unseren Schülern nicht schenken.

7. Empfehlungen

Ich habe diesen Text mit grossem Gewinn gelesen. Er ist reichhaltig, sorgfältig aufbereitet, notwendigerweise unvollständig und massvoll konservativ. Er wird gerade dank dem Verzicht auf extreme Forderungen vielen Lehrkräften gute Dienste leisten, insbesondere auch für die Lehrerausbildung nützlich sein. Ich möchte ihn Leserinnen und Lesern wärmstens empfehlen mit dem Hinweis oder Wunsch, aufmerksam die unnötigen oder systembedingten Selbstbegrenzungen zu hinterfragen: Warum werden Lehrpläne als gegeben hingenommen? Wie aktuell können empirische Forschungsergebnisse in der Didaktik sein, wenn einerseits die Lebenszyklen von Geräten und Programmen rund fünf Jahre betragen, was gerade etwa der Zeit entspricht, bis die didaktische Forschung neue Produkte wahrnimmt, sie systematisch erprobt, bewertet und die Ergebnisse in der Fachliteratur verbreitet, von den Lehrkräften erkannt und vielleicht umgesetzt werden. Wer als Lehrer vorne mit dabei sein will, muss sich diese Aufgaben selbst stellen. Weigand und Weth vermitteln ausreichend Anregung und Anleitung und sie richten die Aufmerksamkeit auf Wesentliches.

Autor: Schneebeli, Hans R., Dr.,
Margelstr. 14, CH-5430, Wettingen (Switzerland)
Email: schneebe@othello.ch