

Guin, Dominique; Trouche, Luc (Eds.):

Calculatrices Symboliques

Transformer un outil en un instrument du travail mathématique : un problème didactique

Grenoble: La pensée sauvage, 2002. – 391 p.
ISBN 2 85919 180 1

Edith Schneider, Klagenfurt (Austria)

Au sujet du livre

L'intégration des systèmes de calcul formel (SCF) et des calculatrices symboliques dans l'enseignement des mathématiques a suscité de nombreuses recherches au cours de la dernière décennie. Alors que certains didacticiens ont vu dans les technologies de l'information et de la communication (TIC) une opportunité de repenser l'enseignement des mathématiques, grâce par exemple au calcul formel, de nombreux professeurs de mathématiques expriment des réserves notables et restent sceptiques à l'égard de ces technologies. Intégrer les calculatrices symboliques ou les SCF dans l'enseignement des mathématiques ne va pas encore de soi dans bien des pays – même dans les pays où les institutions favorisent leur intégration. Les recherches didactiques théoriquement fondées sur l'intégration des SCF, les cours complets assortis d'un système d'évaluation du savoir construit sont, dans les faits, rares. Ce qui existe plutôt, ce sont des batteries d'exercices sans relation avec de cadres théoriques sur l'intégration des outils de calcul formel.

Les recherches en didactique des mathématiques en France mettent, depuis plus de vingt ans, l'accent sur la question de l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques – non seulement dans le domaine de la géométrie dynamique, mais aussi dans celui des logiciels de calcul formel et des calculatrices symboliques. Ce qui importe aux chercheurs français, c'est – suivant leur tradition didactique – surtout le développement d'approches générales et l'analyse de leurs conséquences dans les processus d'apprentissage des mathématiques. L'ouvrage est construit dans cet esprit. L'intention des éditeurs n'est pas de présenter le plus exhaustivement possible les recherches menées sur l'intégration des outils de calcul formel, au contraire elle est de fournir des approches théoriques cohérentes concernant l'intégration des outils de calcul formel. S'ils se concentrent sur les calculatrices symboliques, c'est que ces outils, à l'heure actuelle, offrent le maximum de souplesse pour penser les dispositifs d'intégration dans la classe.

Structure et contenu du livre

Le livre commence par une préface de Kenneth Ruthven (Université de Cambridge) suivie d'une introduction. Il se

compose de neuf chapitres (chacun formant une unité) rédigés, par différents auteurs :

- 1) Les calculatrices dans l'enseignement des mathématiques: une évolution rapide des matériels, des effets différenciés (L. Trouche)
- 2) Un système de calcul formel comme assistant de « l'instrumentation raisonnée » (Ph. Elbaz-Vincent)
- 3) Les outils informatiques entre « sciences mathématiques » et l'enseignement, une difficile transposition? (J.-B. Lagrange)
- 4) L'influence des environnements de calcul formel sur les modes de travail des enseignants (M. Kendal, K. Stacey et R. Pierce)
- 5) Étudier les mathématiques avec les calculatrices symboliques : Quelle place pour les techniques ? (J.-B. Lagrange)
- 6) Une approche instrumentale de l'apprentissage des mathématiques dans des environnements de calculatrice symbolique (L. Trouche)
- 7) L'algèbre sur l'écran, sur le papier et la pensée algébrique (P. Drijvers)
- 8) Genèses instrumentales, aspects individuels et collectifs (L. Trouche)
- 9) L'intégration de calculatrices symboliques à l'enseignement secondaire : les leçons de quelques ingénieries didactiques (M. Artigue)

Le chapitre « Bilan et Perspectives » forme la conclusion ; une bibliographie, un index des notions clés et des auteurs cités dans le texte conclut le livre. À l'intérieur des chapitres, les différents concepts théoriques évoqués sont brièvement décrits dans un encadré ; quelques chapitres ont une ou des annexes – il s'agit le plus souvent de compléments, d'illustrations.

L'*introduction* justifie le sujet du livre, elle présente ses intentions et brosse un bref aperçu des différents chapitres.

Dans le *premier chapitre*, Luc Trouche décrit la situation actuelle de l'intégration des calculatrices symboliques dans l'enseignement des mathématiques. Ses explications se concentrent sur la situation en France ; il établit quelques comparaisons avec d'autres pays. Trouche décrit tout d'abord l'évolution rapide et profonde des outils au cours du dernier quart de siècle, des outils de calcul pour l'enseignement des mathématiques, pour les mathématiques et également pour notre société en général. Il en tire les conséquences pour l'institution scolaire qui « est ainsi confrontée à ces outils de l'intérieur (du fait de l'importation des calculatrices par les élèves dans les classes) et de l'extérieur (du fait de leur légitimité sociale) » p. 26. Trouche identifie différents statuts pour les calculatrices : les élèves, d'une part, qui considèrent les calculatrices comme une aide pour leurs activités mathématiques et qui se les sont appropriés rapidement ; les professeurs, d'autre part, qui sont hésitants, voire réticents à l'utilisation des calculatrices ; et enfin, la demande exprimée par l'institution scolaire d'utiliser des outils informatiques dans les classes, les programmes et les manuels scolaires soutenant l'intégration des TIC.

Le premier chapitre peut être considéré comme une introduction bien construite et bien argumentée, amenant petit à petit le sujet du livre en montrant déjà que l'intégration des calculatrices (symboliques) dans l'enseignement des mathématiques soulève de nombreuses questions (y compris la question de l'évaluation) et qu'elle suscite de vives discussions au sein des associations professionnelles, et bien au-delà.

Philippe Elbaz-Vincent, dans le *deuxième chapitre*, s'intéresse à l'intérieur des systèmes de calcul formel et à ce que cela induit pour l'enseignement des mathématiques. (Les explications d'Elbaz-Vincent se réfèrent essentiellement à Maple – mais, selon l'auteur, bien des points sont aussi transférables à d'autres SCF.) D'abord, Elbaz-Vincent décrit les caractéristiques générales d'un SCF et au moyen d'exemples, il évoque la représentation interne des objets et les transformations qu'ils subissent. Il expose les causes de certaines failles inhérentes à ces systèmes en montrant le traitement, par Maple, de certains problèmes mathématiques classiques, et il propose des méthodes mathématiques pour contrôler ces phénomènes. Elbaz-Vincent déduit de cette analyse un certain nombre de recommandations en vue d'une « instrumentation raisonnée » des SCF dans l'enseignement des mathématiques, requérant, surtout du côté des enseignants une compréhension des principes de fonctionnement des systèmes de calcul formel.

Pour les lecteurs s'intéressant à l'aspect algorithmique d'un SCF ou au fonctionnement même de ce type de système, cette contribution est certainement très utile. Le refus clair exprimé dans le texte des boîtes noires (« un usage comme une boîte noire est à proscrire » p. 84), liée à la connaissance de l'intérieur du logiciel utilisé, doit être cependant, à mon avis, remis en question.

Dans le *troisième chapitre*, partant de l'idée que les outils symboliques prennent dans les sciences mathématiques une place de plus en plus importante, *Jean-Baptiste Lagrange* étudie l'évolution de l'enseignement des mathématiques qui peut être nécessitée par ces outils ou qui peut résulter de leur introduction. Au centre de ce chapitre se trouve la question des algorithmes et celle des pratiques expérimentales. Dans l'enseignement des mathématiques, est-il pertinent de favoriser les approches algorithmiques ? Dans quelle mesure est-il utile de développer les approches expérimentales – les analyses des situations concrètes révèlent cependant que les outils symboliques ne favorisent pas automatiquement un travail expérimental rapide et productif ? Dans sa contribution, Lagrange expose surtout les difficultés que peuvent rencontrer les enseignants à réaliser une telle adaptation : la conception des situations d'enseignement suppose une étude didactique complexe. Quant aux réalisations concrètes, Lagrange renvoie aux chapitres suivants.

Le *quatrième chapitre* insiste sur le comportement des enseignants face à l'intégration des SCF en classe. Dans leur contribution, *Margaret Kendal*, *Kaye Stacey* et *Robyn Pierce* analysent les comportements de trois professeurs australiens enseignant les mathématiques avec

les SCF. Les données issues d'un projet de recherche effectué sur plusieurs années soulignent bien les différences qui peuvent apparaître dans le comportement d'enseignants (l'organisation de la classe, les approches des notions mathématiques, les méthodes, le travail papier-crayon, les conditions institutionnelles, etc.) dans un tel contexte – même si les conceptions des situations d'enseignement sont les mêmes. Pour Kendal, Stacey et Pierce, c'est la représentation que se font les enseignants des mathématiques, de l'enseignement des mathématiques et du rôle des outils de calcul formel ainsi que les conditions de base institutionnelles qui déterminent les facteurs essentiels de ces différences. Une discussion sur les conséquences qui en résultent pour l'institution scolaire (formation des maîtres, programmes scolaires, évaluation) conclut la contribution de Kendal, Stacey et Pierce.

Ce chapitre caractérise remarquablement bien l'étendue et la variété des dimensions dont les enseignants doivent tenir compte pour intégrer les SCF en classe de mathématiques, et des choix didactiques qui en résultent pour eux. Il montre par ailleurs la diversité des recherches nécessaires dans le domaine des TIC.

Jean-Baptiste Lagrange, dans le *cinquième chapitre* du livre, analyse les nouvelles techniques qui émergent dès lors que le travail mathématique intègre des outils de calcul formel. Pour Lagrange, il s'agit de mettre en évidence que, même avec les SCF, les techniques utilisées par les élèves ont une grande importance pour l'apprentissage des mathématiques (« il existe une dimension technique dans l'activité mathématique des élèves ... Quand la technologie est utilisée, cette dimension est différente, mais elle garde son importance dans l'accès à la compréhension » p. 162). À l'aide d'exemples (présentés en annexe de ce chapitre), Lagrange présente des techniques instrumentées nécessaires à un travail à partir d'un SCF, la place des techniques instrumentées dans la conceptualisation mathématique, leur interaction avec des techniques habituelles ainsi que les fonctions pragmatiques, et surtout épistémiques de ces techniques.

Ce plaidoyer pour légitimer les techniques instrumentées dans l'enseignement des mathématiques est théoriquement fondé et bien construit et argumenté, il ne remet pas en question l'intérêt du calcul formel pour l'enseignement des mathématiques.

Le *sixième chapitre* s'attache à l'étude du comportement des élèves, apprenant les mathématiques dans des environnements de calcul formel. *Luc Trouche* décrit tout d'abord certains phénomènes didactiques mis en évidence dans le cadre de recherches étudiant l'intégration des outils graphiques et symboliques (avant tout Artigue). Trouche présente ensuite un cadre théorique utile pour l'analyse des processus (d'apprentissage) individuels transformant un outil technique en un instrument (du travail) mathématique. Cette approche s'appuie sur l'ergonomie cognitive (Rabardel) et « distingue l'outil technique (l'artefact), qui est donné au sujet, et l'instrument, qui est construit par le sujet. Cette construction ou genèse instrumentale est un processus complexe, lié aux caractéristiques de l'artefact (ses potentialités et

ses contraintes) et à l'activité du sujet, à ses connaissances et à ses habitudes de travail antérieures. » (p. 195). À partir de l'étude de travaux d'élèves, Trouche étudie les possibilités et les limites des calculatrices symboliques (c'est-à-dire des artefacts), il définit deux composantes de la genèse instrumentale (instrumentalisation, instrumentation) et analyse les schèmes d'action instrumentés et les techniques instrumentées (étudiant des tâches données, accomplissant des actions, construisant du savoir).

Paul Drijvers, dans le septième chapitre, poursuit l'étude des comportements des élèves dans les environnements d'apprentissage de calcul formel. Il met l'accent sur les relations entre l'usage d'un SCF, le travail papier-crayon et les conceptions mentales des élèves. Les approches théoriques choisies sont d'un côté la dualité processus - objet (Gray et Tall), et de l'autre la notion d'instrumentation (décrite plus en détail par Luc Trouche dans le sixième chapitre). Drijvers voit, dans la combinaison de ces deux approches, la possibilité d'une part de mieux examiner et de décrire les relations mentionnées ci-dessus, et d'autre part de mieux comprendre certaines difficultés rencontrées par les élèves apprenant les mathématiques avec les SCF. Drijvers utilise ce cadre théorique pour analyser le comportement des élèves résolvant des équations paramétrées et substituant des expressions, et présente et analyse les résultats de ces recherches. En conclusion Drijvers aborde brièvement les conséquences de ses observations pour l'enseignement des mathématiques.

L'approche théorique choisie semble être un modèle approprié pour expliquer les difficultés des élèves auxquels s'intéresse Drijvers. De cette approche résultent des connaissances intéressantes concernant les relations entre SCF, le travail crayon-papier et les conceptions mentales. Il serait intéressant d'établir plus explicitement la distinction entre le modèle de Trouche présenté dans le sixième chapitre et le modèle d'analyse de Drijvers élargi de la dualité processus-objet, notamment de quelle manière ou bien dans quelles situations, par rapport à quelles questions ils diffèrent.

Si les élèves se situent également au centre du huitième chapitre, l'accent porte ici davantage sur l'organisation sociale des situations de classe. Dans la première partie de ce chapitre, *Luc Trouche* présente différentes méthodes permettant de constituer une typologie de comportement des élèves. Pour lui, l'évolution de ces différents types de comportement et les changements corollaires des genèses instrumentales sont liés pour partie aux situations et aux dispositifs de travail mis en place par les professeurs. Une genèse instrumentale appropriée nécessite une organisation particulière de la classe que Trouche nomme « orchestration instrumentale » dans la deuxième partie de ce chapitre (« Nous appellerons orchestration instrumentale un dispositif ... qu'une institution organise dans le but d'orienter l'action instrumentée des élèves », p. 257). Trouche définit l'orchestration instrumentale par « un ensemble d'individus, un ensemble d'objectifs (...), une configuration didactique (...), un ensemble de modes d'exploitation de cette configuration » (p. 257). Elle vise la constitution de systèmes d'instruments cohérents –

pour chaque élève aussi que pour toute la classe. Différents dispositifs (élève-sherpa, observation-miroir, travaux pratiques, ...) sont présentés par Trouche

La contribution de Trouche formule des propositions intéressantes (avec un fondement théorique) pour concevoir l'enseignement des environnements de calcul formel, et étend particulièrement le processus de la genèse instrumentale à la dimension sociale faisant défaut dans le sixième chapitre, dimension essentielle dans tout processus d'apprentissage.

Michelle Artigue, dans le neuvième chapitre, aborde la question de l'opérationnalisation des recherches présentées dans les chapitres précédents. En utilisant les cadres théoriques développés, Artigue analyse deux ingénieries didactiques : une développée et expérimentée par l'équipe ERES Montpellier (Guin & Delgoulet) sur le calcul exact et approché et sur l'équivalence d'expressions, l'autre développée et expérimentée par l'équipe DIDIREM Paris et Rennes (Artigue & Lagrange) sur les dérivées. Pour chaque ingénierie, l'analyse a priori, précédée d'une description détaillée de l'ingénierie et de son déroulement, met en évidence les potentialités mathématiques et instrumentales. L'analyse a posteriori s'attache à montrer les divergences entre ces potentialités et des observations effectives effectuées en classe. Artigue cerne par ailleurs les conditions de viabilité de l'intégration des calculatrices symboliques pour ce type d'apprentissage. Les descriptions et les analyses d'Artigue montrent que, au moins dans les terrains expérimentaux, une telle intégration est possible « où instrumentation et instrumentalisation de la calculatrice d'une part, connaissances mathématiques d'autre part se construisent dans une dialectique qui articule étroitement travail en environnement papier-crayon et travail instrumenté par la calculatrice » (p. 341), mais elle ne va pas de soi.

Ce chapitre, deux fois plus long que les autres, contribue à l'application des théories présentées dans les chapitres précédents.

Les neuf chapitres sont suivis du chapitre « *Bilans et perspectives* » où sont résumés les résultats des approches théoriques présentées précédemment et des recherches analysées avec ces théories, il s'ouvre sur des perspectives de recherches et met en évidence les conditions institutionnelles nécessaires à l'intégration des TIC.

Comme nous l'avons déjà mentionné au début, les concepts théoriques liés à l'intégration des calculatrices symboliques dans l'enseignement des mathématiques constituent le centre d'intérêt de cet ouvrage. Ce livre n'est certainement pas l'ouvrage de référence pour trouver différentes sortes d'exercices pour l'enseignement des mathématiques intégrant les SCF. Au contraire, il s'agit d'un recueil examinant sous différents aspects l'intégration des outils de calcul formel dans l'enseignement des mathématiques. Si le comportement des élèves dans l'enseignement intégrant les SCF est placé au centre de l'ouvrage, les auteurs s'intéressent aussi aux comportements des professeurs, à la situation actuelle de l'intégration des outils de calcul formel en général, à l'adaptation possible des mathématiques et à

l'intérieur (point de vue mathématique) des calculatrices symboliques. Les positions théoriques émanant des contributions rédigées par des chercheurs français forment un tout (chapitres 1,3,5,6,8,9), elles reposent sur la même base théorique et sortent d'une même « école » didactique ; ainsi se dégage du livre une impression linéaire et complète bien qu'il se compose de contributions individuelles. Cela ne veut pas pour autant dire qu'on ne puisse pas lire les contributions séparément, indépendamment l'une de l'autre.

Ce livre ne prend que partiellement en considération la valeur éducative de l'enseignement ou de l'intégration des SCF.

Le livre apporte une contribution importante à la discussion didactique quant à l'intégration des TIC dans l'enseignement des mathématiques et livre un grand nombre d'informations et d'idées d'ordres différents à toute personne intéressée par l'intégration des outils symboliques en classe de mathématiques. Didacticiens et chercheurs peuvent y trouver dans les approches théoriques des idées et des modèles intéressants ; pour les formateurs, de même que pour les enseignants engagés et intéressés, les considérations proposent des orientations tout à fait valables susceptibles de trouver des applications dans leurs programmes, dans leurs cours ou bien dans la conception de leur enseignement. Je partage également sans restriction l'espoir formulé par les éditeurs que des responsables de l'institution scolaire pourraient étudier le livre. Mais cela reste un espoir.

Author

Schneider, Edith, Ao.Univ.-Prof. Dr.,
Abteilung für Didaktik der Mathematik, Universität Klagenfurt
A-9020 Klagenfurt (Austria).
E-mail: edith.schneider@uni-klu.ac.at