Müller-Philipp, Susanne; Gorski, Hans-Joachim:

Leitfaden Geometrie

Friedrich Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH Braunschweig/Wiesbaden (Germany), 2001 – 273 S.
ISBN 3-528-03177-8

Karlhorst MEYER, Neubiberg (Germany)

Das Buch wendet sich an alle Lehramtsstudenten. Es ist gegliedert in Topologie, Polyeder, Axiomatik, Abbildungsgeometrie, Fragestellungen der euklidischen Geometrie und Darstellende Geometrie.

In einer Zeit, in der durch TIMSS und PISA viel Kritik an der Schule angefangen von der Ausbildung bis hin zur Fortbildung der Lehrer geübt wird, mutet es eigenartig an, Kapitel-Überschriften wie Topologie und Axiomatik aus den Sechzigern zu finden. Denkt man aber an die Erfordernisse des Gymnasiallehrers, so gehören sicher diese beiden Kapitel zu seiner Ausbildung, wenn sie in entsprechender Breite dargestellt sind. Sieht man sich das Buch näher an, so kommt man allerdings zu der Erkenntnis, dass genau dies nicht geschehen ist: Dem Grundschullehrer werden Grundlagen der Geometrie vermittelt, die er nicht braucht und der angehende Gymnasiallehrer vermisst die Breite derselben, die er für seinen Unterricht bräuchte. Überhaupt kann man sich nicht des Verdachts erwehren, dass hier an der Universität Nachhilfeunterricht in der gymnasialen Geometrie gegeben wird, die eigentlich von Studenten zu Beginn eines Studiums beherrscht werden sollte. Und wenn dies nicht der Fall ist, vor allem bei solchen Studenten, die als Lehrer das Fach Mathematik anstreben, so sollte man die Ungeeigneten durch Aufnahmeprüfungen vom Studium ausschließen. Nur so erhält man in den Vorlesungen den Freiraum, um für die angehenden Lehrer ein höheren Niveau in der mathematischen Wissenschaft zu erreichen und sich mit der Didaktik der Mathematik zu befassen, was so dringend erforderlich wäre.

Zum Inhalt im einzelnen:

1. Topologie
Anhand der Kantengraphen der PLATONischen Körper werden die grundlegenden Definitionen der Graphentheorie entwickelt. Plättbarkeit und Durchlaufbarkeit der Graphen sind dann Schwerpunkte. Es folgen Erbteilungs- und Färbungsprobleme. Bereits in diesem 1. Kapitel muss festgestellt werden, dass neben einigen wenigen klassischen Problemen, wie dem Königsberger Brückenproblem und der Einfärbung von Karten kaum auseinander gesetzt wird, weshalb Student und Schüler solches lernen. Dies ist umso bedauerlicher, als zeitgleich GRITZMANN und BRANDENBERG in einem Bändchen „Das Geheimnis des kürzesten Weges“ bei Springer 2001 eine ganze Fülle von Anwendungsbeispielen unseres heutigen Lebens vorgeführt haben. Es hätte sich sicher bei diesem 1. Kapitel gelohnt, einen Graphentheoretiker hinzuzuziehen. Über die eigentliche Topologie findet man in diesem Kapitel kaum etwas.

2. Polyeder
Es mutet eigenartig an, dass jetzt in einem 2. Kapitel die Kenntnisse über die PLATONischen Körper vermittelt werden, die man schon im 1. Kapitel benötigt. Was anschließend über halbreguläre Körper zu finden ist, scheint interessant, wenngleich aber auch hier Tiefe vermisst wird. Die Anwendungen, die in diesem Kapitel in relativ hoher Zahl angetippt werden, gehen nicht über das „Übliche“ hinaus, d. h. weshalb diese Körper in der Kristallographie z. B. eine Rolle spielen, wird nicht gesagt und so mit nicht dem Bedürfnis der Schüler entsprochen.

3. Axiomatik
Leider geht es hierbei nur um HILBERTs Axiomensystem, wo wir doch wissen, wie bahnbrechend einerseits und wie universell und bequem andererseits ein Spiegelungsaxiomensystem ist. Bedenkt man, dass die Anordnung bei HILBERT notwendig zur Beschreibung der kontinuierlichen Ebene führt, heute aber diskrete Geometrie (siehe Kapitel 1 des vorliegenden Buches) eine immer größere Rolle spielt, hätte man sich hierbei mehr gewünscht. Man hätte ja dafür die übertriebene Symbolschreibweise bei Axiomen und Beweisen weglassen können, da Lehrer gern Vorlesungen in ihrem Unterricht kopieren und nicht verleitet werden sollten, in mathematischen Symbolen Sachverhalte wiederzugeben, die Schüler nicht in Sprache beherrschen. Im Unterkapitel Inzidenzgeometrie wird für mich nicht klar, weshalb Minimalmodelle oder auch nur Block Designs (dieser Name erscheint im Buch nicht) neben den Modellen von POINCARÉ und KLEIN wichtig sind. Es entsteht so der Eindruck, als würden sich Mathematiker vor allem mit Pathologischem ohne Sinn und Ziel befassen. Sollte der Leser des Buches auf die Idee kommen, Dinge, die er aus der euklidischen Geometrie kennt z. B. auf das POINCARÉ-Modell zu übertagen, so bräuchte er Kenntnisse der Schulgeometrie, die weit über das, was im vorliegenden Buch behandelt wird, hinausgehen.
In einem Unterkapitel wird auf 4 Seiten auf den projektiven Abschluss der affinen Ebene eingegangen, ohne Genaueres zu sagen, weshalb dies erforderlich ist, wobei solches doch gerade unter didaktischen Aspekten so interessant ist.
Analoges gilt für die folgenden Unterkapitel über Anordnung bzw. Winkel- und Längenmessung. Allerdings werden hier einige formulierte Sätze wie z. B. Steht eine Gerade auf zwei Geraden senkrecht, so sind diese parallel, fatal, da dieser Satz nicht im Raum gilt. Es wäre sicher geschickt gewesen, auf die räumlichen “Abweichungen“ einzugehen, da man ja die Absicht hatte, sich im letzten Kapitel mit dem Raum zu fassen.

4. Abbildungsgeometrie
Die Kongruenz ist zwar der Ausgangspunkt, man kommt dann allerdings sehr schnell auf Geradenspiegelungen zu sprechen in einem Umfeld, wie dies etwa gymnasialer Geometriestoff einer 7. Jahrgangsstufe in Bayern gewesen ist (abgesehen vom Dreispiegelungssatz). Die

im Unterricht z. T. anschaulich gefundenen Sachverhalte werden im vorliegenden Buch jetzt streng hergeleitet. Doch wird leider auch hier der Stellenwert der Spiegelungsgeometrie nicht ausgeschöpft. Es werden Beweise der absoluten Geometrie vorgeführt, ohne dies zu nennen. Das ist umso erstaunlicher als ja in den Vorkapiteln bereits Modelle hierzu behandelt worden sind. Schade ist auch in diesem Kapitel, dass zwar Schulstoff dargestellt wird, aber nicht so, dass man für die Schule eine gute Vorlage hätte, wie dies an anderer Stelle zu finden ist (z. B. Brennpunkt Geometrie Band 8, Schroedel-Schulbuchverlag 1990).
Deckabbildungsgruppen oder Symmetriegruppen führen zum Haus der Vierecke, wobei weniger die Eigenschaften der Vierecke als ihre Klassifikation in den Vordergrund rückt. Es ist zwar viel seitens Didaktikern hierüber publiziert worden, doch dürfte der Stellenwert dieses Hauses für den Einsatz von Geometrie im Leben nicht so bedeutsam sein, wie so manche Einzeleigenschaft wie Beweglichkeit oder Starrsein dieser geometrischen Gebilde. Auch bei den dann folgenden Ähnlichkeitsabbildungen vermisse ich Wichtiges wie das Schrumpfen – Aufblasen von Geraden-Kreis-Teilen einer geometrischen Konfiguration, was bei Konstruktionen und Begründungen sehr zeitsparend sein kann. Einiges darüber Hinausgehende der affinen Geometrie folgt wie z. B. die Scherung.

5. Fragestellungen der euklidischen Geometrie
Hierbei geht es nicht um das Grundsätzliche der euklidischen Geometrie, sondern es werden einige gute Beispiele dieser Geometrieart vorgeführt und damit obiger Eindruck gemildert. Bienenwaben werden genauer als sonst untersucht. Es folgen die besonderen Punkte im Dreieck, ohne dass auch hier darauf eingegangen wird, dass das Besondere dieser Punkte nicht definiert werden kann. Im Hinblick auf den Umfang des Buches kann natürlich nicht so ausführlich wie bei PETER BAPTIST: Die Entwicklung der neueren Dreiecksgeometrie, BI Wissenschaftsverlag Mannheim 1992 eingegangen werden, das ist wohl auch nicht erforderlich, aber immerhin findet man die EULERgerade und den FEUERBACHkreis. Es folgen die Sätze am Kreis und einige Beweise zum Satz des PYTHAGORAS.

6. Darstellende Geometrie
Es wäre sicher besser für das Buch und seine Leser gewesen, wenn man dieses Kapitel weggelassen hätte. Es wird in völlig unzureichender Form schlagartig aus der Ebene in den Raum übergegangen, ohne die sogenannten stereometrischen Grundtatsachen auseinander zu setzen. In völlig veralteter Form gibt es Rissachsen und Spuren und damit viel unnötige Zeichenarbeit. Es wird nicht darauf hingewiesen, dass der R^3 der Raum ist, in dem wir leben und der mit dem mathematischen Kalkül der Ebene R^2 unter Hinzunahme eines einzelnen Satzes, nämlich der Dimensionsungleichung, untersucht wird. In der räumlichen Geometrie kommt eigentlich nichts „Neues“ hinzu. Trotzdem ist es im R^3 schwerer als im R^2, weil die Lösungsstrategien umfangreicher werden. Und hier unterscheidet sich das alte Zeichenverfahren um nichts gegenüber dem modernen Lösen mit CAD. Leider fehlen solche Bemerkungen und einschlägige Beispiele. In diesem Kapitel fällt besonders auf, dass alles ohne Tiefe nur angetippt wird. Die vorgeführten Zeichnungen können nicht einmal als einführende bezeichnet werden

Interessant ist auch das Literaturverzeichnis: Es werden abgesehen von ca. 6 Werken nur Sekundärliteratur, z. B. veraltete Schulbücher, zitiert.

Im vorliegenden Geometriebuch kann kaum eine Stelle gefunden werden, die Ansätze neuer Ideen zur Unterrichtsdurchführung oder zur Lehre der Geometrie zeigt.

Author
Meyer, Karlhorst, Dr., Kyffhäuserstr. 20, D-85579 Neubiberg (Germany)
Email: bfmath@compuserve.com