

Heinrich Bauersfeld, Thomas O'Brien:

## **Mathe mit geschlossenen Augen** Zahlen und Formen erfühlen und erfassen

Mülheim: Verlag an der Ruhr, 2002, 50 S.  
ISBN 3-86072-702-8

Mircea Radu, Bielefeld (Germany)

„Der Geruchssinn ist ein eigentümliches Sehvermögen“, schreibt der grosse portugiesische Dichter Fernando Pessoa. Und er fährt fort: „Er [der Geruchssinn – M.R.] beschwört dank einer plötzlichen Zeichnertätigkeit des Unterbewußten Landschaften des Gefühls herauf. (...) Ich gehe durch eine Strasse. Ich sehe nichts oder, besser gesagt, indem ich alles anschau, sehe ich so wie alle Leute sehen. Ich weiß nicht, dass ich durch eine Straße gehe, und ich weiß nicht, ob sie mit ihren aus verschiedenen Häusern bestehenden und von menschlichen Wesen erbauten Straßenseiten vorhanden ist. Ich gehe durch eine Straße. Aus einer Bäckerei dringt ein Duft nach Brot, so süßlich, dass es mir Ekel einflößt: und meine Kindheit in einem bestimmten, entfernten Stadtviertel erhebt vor mir, und eine andere Bäckerei taucht aus jenem Feenreich auf (...).“ (Pessoa 1985, 82).

Diese Worte scheinen zunächst kaum etwas mit der Grundschulmathematik zu tun zu haben: Geruchssinn, Sehvermögen, Brotduft, Feenreich? Aber gehen wir tiefer in uns hinein. Suchen wir nach den eigenen verschütteten Erfahrungen mit der Mathematik, sei es als SchülerInnen, StudentInnen oder aber als LehrerInnen. Wie oft wurde von uns erwartet in dieser oder jener angeblich „transparenten“, „anschaulichen“ Darstellung irgendwelche mathematischen Sachverhalte sofort zu erkennen, wahr-zu-nehmen? Wie oft haben wir versagt? Wie oft greifen wir als LehrerInnen auf doch so naheliegende, ja eindeutige „Veranschaulichungen“ zurück, um unseren SchülerInnen etwas zu verdeutlichen und wie oft wundern wir uns anschließend, dass unsere SchülerInnen jene Anschauungsbilder wie blind anstarren? Anschauung will gelernt werden.

Ein Bild, so pflegt man zu sagen, ist tausend Worte Wert. Es erlaubt eine simultane Erfassung einer Fülle von Indizien und Relationen. Ganz anders die Sprache oder die formale Sprache der Mathematik! Dennoch, entgegen eines allgemein geteilten Vorurteils, entzieht sich gerade das Altvertraute, das Sichtbare, das Konkrete unserem Geist. Wir bewegen uns andauernd durch Landschaften, die reichlich mathematische Sachverhalte in sich bergen. Doch nehmen wir diese Sachverhalte kaum wahr. Sogar die sorgfältig strukturierten Bilder unserer im Überfluß vorhandenen Veranschaulichungsmittel, die wir in unserem Unterricht als Stütze aufnehmen, geben ihre mathematischen Rätsel nicht von alleine preis. Das Konkrete, das Bildhafte, das Altvertraute motiviert vielleicht, aber es spricht nicht. Die durch die Medien hergestellte, zunehmende Dominanz des Visuellen (S. 5, Bauersfeld/O'Brien 2002) verschärft diese Problematik, denn mit ihr droht eine Verarmung, welche auch für den

Mathematikunterricht von Bedeutung ist.

Warum degeneriert so oft der Mathematikunterricht - Studien wie TIMSS und PISA haben es eindeutig gezeigt - zu einem Vermitteln von starrem, standardisiertem, formalem, inflexiblem, prozeduralem Wissen? Es ist eine didaktische Binsenweisheit, dass man im Unterricht folgende von Jerome Bruner aufgestellte Abfolge der Lernerfahrungen beachten sollte: enaktiv, ikonisch, symbolisch. Mathematik soll durch Handlung, ähnlich einem Handwerk, den Kindern in Erfahrung gebracht werden. Wie Charles S. Peirce einmal schrieb: „Latein lernt man, Mathematik macht man“. Das klingt einleuchtend. Doch verliert man viel zu leicht aus den Augen, dass die erste und angeblich elementarste Stufe der genannten Abfolge, die Verankerung der Mathematik in der Erfahrung, die enaktive Stufe also, die schwierigste ist. Die durch die bereits erwähnten Tests festgestellte Dominanz der standardisierten Lösungswege ist, glaube ich, ein Beleg dafür. Meines Erachtens sollte man Bruners Triade nicht mehr als eine Hierarchie begreifen, als notwendige Abfolge also. Man sollte statt dessen von einer ständigen Wiederkehr der Stufen sprechen. Besser noch sollten diese drei Stufen eher als drei eigenständige, aufeinander angewiesene subjektive Erfahrungsbereiche (Bauersfeld 1983) betrachtet werden, deren Zusammenhang ständig hergestellt und umgebaut werden muß. Dabei bieten die verschiedenen „Kanäle“, der Sehsinn und die Sprache, aber auch der Tastsinn, der Hörsinn, der Geruchssinn, die bisher in der Didaktik der Mathematik noch zu wenig Beachtung gefunden haben, wichtige Mittel um die gewöhnliche Dominanz der Sprache, des Visuellen und des Formalen zu durchbrechen. Indem sie den Tast-, Hör-, oder Geruchssinn in den Vordergrund stellen, verfolgen Bauersfeld und O'Brien keineswegs eine Vermeidung der Alltagssprache, des Sehens oder der Sprache der standardisierten mathematischen Symbole, sondern eine Didaktik der Übertragung und der Inbeziehungsetzung der verschiedenen „Kanäle“. Dahinter steht die auch durch verschiedene Untersuchungen gestützte Erwartung, dass dieses der bessere Weg ist, um die ansonsten Stummen und undurchsichtigen Bildern des Sehens oder der symbolischen mathematischen Darstellungen zum Sprechen zu bringen.

Um dieses zu erreichen bietet das Buch eine Fülle von Aufgaben an. Jede Aufgabe ist als Spiel gestaltet, welches zwischen zwei oder mehreren Kindern ausgetragen werden kann

### **Einige Beispiele**

Ein Kind hält seine Augen zu und seine eine Hand gestreckt. Ein anderes legt einige Bohnen hinein. Das erste Kind soll nun - ohne hinzuschauen - die Anzahl der Bohnen herausfinden. Dabei kann es die Bohnen mit der anderen Hand zählen, oder aber versuchen die Zahl direkt zu ermitteln. Das Spiel geht nun weiter. Das zweite Kind legt noch einige Bohnen dazu. Wie viele sind es dann? Es nimmt einige weg. Wie viele sind es dann? Nun kann das erste Kind auch die zweite Hand emporstrecken. Und das Spiel geht weiter. Danach werden die Rollen getauscht.

(S. 11-13, Bauersfeld/O'Brien 2001)

Ein Kind erzählt: Ich habe einige Hamster. Zusammen haben sie 8 Ohren. Wie viele Tiere sind es? Wie viele Beine haben sie? Ein zweites Kind hört sich das an und antwortet. Dann werden die Rollen getauscht. Nun kann man beliebig variieren. Es kommen noch zwei Katzen und ein Specht dazu. Wie viele Ohren sieht man dann? Wie viele Beine? (ibid.: S. 15 f.) Man kann auch die Frage offen formulieren: „Ich sehe 10 Beine. Wie viele Tische sehe ich? Wie viele Menschen?“ Hier ist es möglich verschiedene Lösungen zu finden z.B. indem man zwischen unterschiedlichen Typen von Tischen unterscheidet. Man kann hierfür die Zahlen durch Zeichnungen oder durch Bohnen darstellen. Es ist denkbar diese Aufgaben mit geschlossenen Augen zu lösen. Die Menge der Variationen ist beachtlich.

Ein Schüler legt zwei Reihen von jeweils drei Plättchen auf den Tisch. Ein zweiter Schüler soll, mit verschlossenen Augen, diese Abtasten und zunächst das Muster beschreiben. Dann soll er die Anzahl der Plättchen benennen ohne die Plättchen einzeln zu zählen. Nun kann man variieren indem man die Muster verändert (ibid.: S. 39). Im übrigen ist es denkbar, dass beide Partner mit verschlossenen Augen arbeiten.

Diese Beispiele verdeutlichen die Absichten der Autoren hinreichend und auch die Fülle der Variationen. Die verschiedenen Aufgaben decken viele Gebiete ab: Zählen, Eigenschaften von Dingen durch blosses Tasten erkennen, Gewichte vergleichen, Orientierung im Raum, Muster erkennen, Schätzen u.a. Die Aufgaben sind einfach zu verstehen und anregend. Sie geben den Kindern auch die Gelegenheit sich durch Analogie weitere Aufgaben auszudenken.

Dies gilt auch für die LehrerInnen, die ausgehend von den gegebenen Aufgaben weitere imaginieren können. Es ist z.B. denkbar, das folgende Spiel vorzuschlagen. Ein Kind legt eine größere Menge von Bohnen auf einen Tisch. Sein Spielpartner soll diese blind zählen oder sie betasten und deren Anzahl schätzen oder herausfinden welcher von zwei gegebenen Haufen mehr Bohnen enthält und/oder die Differenz schätzen.

Dadurch dass die Spiele ausnahmslos für zwei oder mehr Kinder gestaltet sind, fördern sie auch eine Didaktik der Kommunikation, indem die Kinder sich gegenseitig herausfordern und unterstützen können.

### **Schlußbetrachtungen: Empfehlenswert für LehrerInnen und Eltern**

Bauersfelds und O'Briens Buch bedeutet zweifelsohne eine Bereicherung der gegenwärtigen Literatur zum anfänglichen Mathematikunterricht. Es kann in der ersten Klasse aber auch ansatzweise bereits in der Grundschule eingesetzt werden. Die erforderlichen Materialien sind leicht und ohne zusätzliche Kosten zu beschaffen. Die Aufgaben sind klar formuliert und für die Kinder leicht verständlich. Die Aufgaben sind so gestaltet, dass sie die derzeitige Dominanz der Sprache, des Visuellen und der standardisierten symbolischen Darstellungen der Mathematik zu unterbrechen und so die mathematische Erfahrung der Kinder zu bereichern und zu verdichten vermögen. Außerdem fördern sie die Kommunikation

und die Kreativität der Kinder und auch der LehrerInnen.

Vielleicht wird später irgendwann der eine oder der andere, auch Dank des hier besprochenen Buches, ähnlich wie Pessoa berichten können: „Der Tastsinn ist ein eigentümlicher Denksinn. Er beschwört dank einer plötzlichen im Unterbewußtsein erzeugten Vorstellung Landschaften des Denkens herauf. Ich gehe durch die Straße einer mathematischen Darstellung. Dabei sehe ich nichts, oder besser gesagt, indem ich alles anschau, sehe ich so wie alle Leute sehen. Ich weiss nicht, dass ich durch eine Straße gehe, und ich weiss nicht, ob sie mit ihren bestehenden von Menschen geschaffenen Zeichen vorhanden ist. Ich gehe durch eine solche Straße. In einer Ecke ertaste ich ein vertrautes Muster. Und aus der Ferne taucht eine andere faszinierende, reiche Welt von Empfindungs- und Zeichenmuster hervor.“ Das Konkrete wird so zum Symbol des Abstrakten, und vielleicht wird damit die Mathematik dem einen oder anderen etwas weniger fremd.

### **Literatur**

- Bauersfeld, H., Subjektive Erfahrungsbereiche als Grundlage einer Interaktionstheorie des Mathematiklernens und –Lehrens, in Untersuchungen zum Mathematikunterricht, IDM-6, Köln: Aulis Verlag, 1983, S. 1-56.
- Bauersfeld, H.; O'Brien Th., Mathe mit geschlossenen Augen – Zahlen und Formen erfühlen und erfassen, Mühlheim: Verlag an der Ruhr, 2002.
- Pessoa, F., Das Buch der Unruhe, Zürich: Amman Verlag, 1985.

### **Author**

Mircea, Radu (Dr.), Institut für Didaktik der Mathematik, Universität Bielefeld, Postfach 100131, D-33501 Bielefeld. E-mail [mircea.radu@uni-bielefeld.de](mailto:mircea.radu@uni-bielefeld.de)