

Gritzmann, Peter; Brandenburg, René:

Das Geheimnis des kürzesten Weges

Ein mathematisches Abenteuer

Berlin Heidelberg: Springer, 2002. - 356 S.

ISBN 3-540-42028-2

Barbara Langfeld, Oldenburg (Germany)

In den letzten Jahren hat es erfreulicherweise mehrere Veröffentlichungen gegeben, die auf verschiedene Weise versuchen, jedem und jeder Mathematikinteressierten ab Jugendalter aufwärts diese Disziplin und ihre Denkweisen auf populärwissenschaftliche Weise nahezubringen. Erfreulich sind diese Versuche, weil sie dem viel beklagten Phänomen entgegenwirken, dass im Bild von Mathematik in der Gesellschaft doch noch reichlich viel Staub, Sinnleere und Abstraktheit zu finden ist. Die Frage, ob nicht auch Didaktiker populärwissenschaftliche Literatur zum Thema Mathematik aus ihrer Sicht wahrnehmen und Verwendungsmöglichkeiten in der mathematischen Ausbildung an Schulen und Hochschulen diskutieren sollten, liegt nahe.

Ein Beispiel für derartige Versuche, Mathematik einer breiten Öffentlichkeit vorzustellen, ist das fast noch druckfrische Buch von Peter Gritzmann und René Brandenburg. Zwei weitere Beispiele sind das eher mathematikhistorisch ausgerichtete Buch von Denis Guedj (1999) und Albrecht Beutelspachers „italienische Reise in die Mathematik“ (1999). Diese Werke nenne ich deswegen, weil sie je eine völlig unterschiedliche Schwerpunktsetzung im Verhältnis von Mathematik und Rahmengeschichte vornehmen und in einer Diskussion um Zielgruppen des Buches von Gritzmann und Brandenburg als Vergleich dienlich sein können. In Guedjs Roman steht die Handlung im Vordergrund; die Mathematik hat sich in dem Plot unterzuordnen und fällt vergleichsweise leicht aus, was das Buch auch geeignet zur entspannenden „Bettlektüre“ macht. Bei Beutelspacher sind die Rahmehandlung und die mathematischen Inhalte praktisch gleichberechtigt, aber trotz des höheren Denkanspruchs bietet sein Buch die heitere und meist ohne Aufwand lesbare Lektüre. In Gritzmanns und Brandenburgs Roman dagegen hat die (diskrete) Mathematik eine deutliche Dominanz. Dies führt dazu, dass „Das Geheimnis des kürzesten Weges“ ein starkes Maß an Mitdenken, ja Gedankenarbeit erfordert und so eher ein „Arbeitsbuch“ als ein einfaches Lesebuch ist. Dass dies den Adressatenkreis einerseits einschränkt, auf einer anderen Ebene aber wieder ausdehnt, werde ich am Ende nochmals aufgreifen.

Die Rahmengeschichte im zu diskutierenden Buch ist schnell erzählt: Die fünfzehnjährige, von (Schul-)Mathematik abgeschreckte Ruth bekommt von ihren Eltern einen Computer geschenkt, auf dem sie das neuartige Programm „Vim“ entdeckt. Vim kann nicht nur sprechen, sondern ist auch überraschend menschlich und intelligent. Vim führt Ruth und im Laufe der Geschichte auch Ruths Freund Jan in ausgewählte Themen der diskreten Mathematik ein, wobei dieser Lehrgang geschickt in die Rah-

menhandlung eingegliedert wird. Zwei Spannungsbögen stützen die Geschichte: Zum einen lernt Ruth Jan näher kennen und wird seine Freundin. Zum anderen versucht sie bis ans Ende der Geschichte die Existenz Vims vor ihren Eltern zu verschweigen, da Ruths Vater (ein Informatiker) vorgibt, den Computer nicht mit irgendeiner außergewöhnlichen Software ausgestattet zu haben. Am Ende der Erzählung stellt sich heraus, dass Ruths Vater an der Entwicklung von Vim beteiligt war und Ruth als Testperson fungierte. Dazwischen passiert nicht viel: Ruth trinkt Tee, geht Schwimmen, geht mit und ohne Jan einkaufen oder zu Freunden ... Die mehr oder weniger undramatische Handlung sollte aber meines Erachtens nach nicht als Schwäche des Buches gesehen werden, denn wie gesagt legen Gritzmann und Brandenburg den Schwerpunkt ihres Romans auf die Mathematik, von der im Folgenden die Rede sein soll.

Vim führt Ruth zuerst anhand von Beispielen in das Thema *Routenplanung* ein (genannt werden u.a. Kürzeste-Wege-Probleme, Handynetze und Projektplanung) und sensibilisiert Ruth so für die mathematische Modellierung der zugehörigen mathematischen Begriffe wie Graph, Kantengewichte, Ausfallsicherheit etc.. Vim steuert zunächst den sog. Dijkstra-Algorithmus an, welcher ein Kürzeste-Wege-Problem löst. Dazu verdeutlicht Vim, dass die naive Strategie, alle Möglichkeiten durchzuprobieren, aufgrund der „kombinatorischen Explosion“ unrealistisch ist. Der angestrebte Algorithmus wird anschließend am Beispiel des Münchener U-Bahn-Netzes und an einem konkreten (aber ohne konkrete Bedeutung behafteten) Graphen probiert. Dass der Algorithmus wirklich einen kürzesten Weg liefert, kann noch direkt aus den Beispielen abgeleitet werden. Schließlich wird der Algorithmus in seiner abstrakten Form vorgestellt und durchgesprochen. Auch eine Einschätzung der Güte des Algorithmus fehlt nicht – zwar wird hier das Wort *polynomiale Laufzeit* nicht benutzt, aber die entsprechende Mathematik wird mit lebensnäheren Wörtern durchgezogen, samt der symbolischen Schreibweise $O(n)$, $O(n^2)$, $O(n^3)$. Vim bespricht anschließend mit Ruth verschiedene Verbesserungsmöglichkeiten des Algorithmus mit ihren Vor- und Nachteilen. Nach und nach werden auch ungelöste Probleme der Graphentheorie angesprochen. Ruth kann während ihrer Unterhaltungen mit Vim öfter auf Internetseiten recherchieren, muss sich mit englischen Texten auseinandersetzen und erfährt etwas über Mathematiker als Menschen. Bevor Jan mit ins Spiel kommt, hat Ruth noch einiges über Bäume und Spann bäume sowie über Algorithmen zum Finden eines minimalen Spannbaums gelernt. Hier wird auch ein Beweis, dass der Algorithmus tatsächlich das liefert, was er liefern soll, durch Widerspruch explizit durchgeführt. Mit Jan wird dann über das Königsberger Brückenproblem, seine Verallgemeinerungen und deren praktische Bedeutung über Eulergraphen, -wege und -kreise gesprochen und auch das Beweisprinzip der vollständigen Induktion erklärt und angewendet. Mehr oder weniger starke Abwandlungen der Frage nach Eulerwegen oder -kreisen führen Ruth und Jan zu einer ganzen Sammlung von neuen Fragen wie dem chinesischen Postbotenproblem dem Travelling-Salesman-Problem und zu Hamiltonwegen und -kreisen. Vim

erklärt, dass es noch nicht gelungen ist, einen effizienten Algorithmus zu finden, der entscheiden kann, ob in einem Graphen ein Hamiltonkreis existiert und ordnet auch die „Schwere“ des Problems mathematisch ein (*NP-schwer*). Schließlich werden Ansätze für Algorithmen diskutiert, die das Problem näherungsweise lösen und Abschätzungen für die Güte derselben gefunden. Den Schluss der mathematischen Geschichte von Gritzmans und Brandenbergs Buch bilden einige Ausblicke, z. B. in die kombinatorische Optimierung.

Der gesamte Lehrgang wird von Vim anhand zahlreicher farbiger Illustrationen und Skizzen durchlaufen. Dabei lässt das Computerprogramm Ruth und Jan auch ab und an die Gelegenheit, selbst mathematische Sachverhalte zu entdecken. Das Lernen vollzieht sich in Dialog- bzw. Trialogform, wobei die verschiedenen Sprecher durch unterschiedlich gefärbte Führungszeichen markiert sind. Dies kommt dem Anspruch einer guten Lesbarkeit und Verständlichkeit entgegen.

Ein Anspruch des Buches ist es, Mathematik „jenseits der trockenen Schulmathematik“ vorzustellen und die beeindruckende Anwendungsfülle einer Teildisziplin vor Augen zu führen. Letzteres ist den Autoren meiner Meinung nach bravourös gelungen, ersteres ist allerdings ein Punkt, an dem sich Reibungsflächen auftun können: Im Roman wird nämlich an einigen Stellen das Bild von der verstaubten, lebensfernen Schulmathematik weiter tradiert. So lernt man nach Ruths Auffassung im Mathematikunterricht nur unnützes Zeug und Pseudo-Anwendungen. Besonders schlecht kommt ihr Lehrer weg, dem sie nicht zutraut, etwas über die „üblichen mathematischen Formeln hinaus“ zu kennen. Ich will an dieser Stelle keine Diskussion über den Realitätsgehalt von Ruths Einschätzung lostreten. Ich glaube aber wohl, dass derartige Textpassagen u.a. bei Lehrerinnen und Lehrern, für die das Buch sicherlich auch geschrieben ist, einigen Unmut auslösen können.

„Das Geheimnis des kürzesten Weges“ versucht nicht dem Anspruch eines „realitätsbezogenen Romans“ zu genügen. So ist beispielsweise das Computerprogramm Vim so „intelligent“, dass es praktisch jede Gefühlsregung von Ruth wahrnimmt, ihre Scherze sofort also solche erkennt und auch selber genug herumwitzelt; Vim erkennt, wann Ruth etwas verstanden hat, kann ihre Fragen sofort einordnen und so weiter. Dieses kleine Stück SciFi müssen die Leserinnen und Leser also schlucken. Ich habe es aber umgekehrt gerade als guten „Trick“ empfunden, den Computer als Lehrer einzusetzen, da er gerade für Jugendliche eine „anerkannte Autorität“ ist (im Gegensatz zu Eltern oder allgemein Erwachsenen). Auffällig ist außerdem Ruths unerschütterliches Interesse an Vims Ausflügen in die Mathematik, ihre fast erstaunliche Auffassungsgabe und Hartnäckigkeit im „Verstehen-Wollen“. Das Ganze geht so weit, dass das frisch verliebte Pärchen Ruth-Jan oft genug den Computer einem romantischen Beisammensein vorzieht. Aber: „Das Geheimnis des kürzesten Weges“ wäre nicht das erste Buch, in dem sich die Protagonisten durch besondere Fähigkeiten und Vorlieben auszeichnen – diese „künstlerische Freiheit“ sollte man den Autoren also ruhig lassen.

Auch wenn Titel und Rahmengeschichte locker klingen, muss sich der Leser oder die Leserin darauf einstel-

len, ein Mathematikbuch in den Händen zu halten. Vim ist ein Dozent, der Mathematik erklärt und vorgibt, wodurch das Buch fordernd und in gewissem Sinne „anstrengend“ wird. Zum Teil ist das Buch ein aufbauendes Curriculum: Wer bei wesentlichen Seiten nicht aufgepasst hat, versteht kurze Zeit später kaum mehr etwas und muss „nachsitzen“. So ähnelt der Aufbau des Romans zum Teil dem eines mathematischen Lehrwerks. In diesem Sinne hätte ich mir auch durchaus einen Index mit wichtigen mathematischen Begriffen gewünscht, denn obwohl das Buch in kurze, sinnträchtig betitelte Kapitel eingeteilt ist, ist es manchmal nicht einfach, das eine oder andere Unterthema wiederzufinden.

Vom inhaltlichen Umfang her lässt sich sagen, dass in dem Buch der Stoff einer einsemestrigen Vorlesung behandelt wird. Ein Abspecken der mathematischen Inhalte hätte den Lehrgang natürlich entstraffen können. Das wiederum hätte aber möglicherweise die Intention des Buches behindert, eine moderne Mathematik vorzustellen, in der es etwas zu tun und auch viele offene Fragen gibt, eine Disziplin, in der auf Englisch und im Internet kommuniziert wird, in der echte (und lebende) Menschen vorkommen und die international ist – kurz: Ein möglichst realistisches Bild der Wissenschaft Mathematik zu zeichnen. Dieses Ziel haben die Autoren sehr weit verwirklichen können, insbesondere ist es ihnen gelungen, den Leserinnen und Lesern einen Einblick in die Arbeitsweisen der Mathematik zu geben, wie beispielsweise exploratives Vorgehen, Modellierung, Reduktion oder Einschränkung von Problemen (aber auch deren Erweiterung) und mathematisches Beweisen.

Für wen ist dieses Buch also geschrieben? Sicherlich – wie anfangs erwähnt – für mathematikinteressierte „Laien“ ab 15. Allerdings müssen diese bereit sein, sich auf das „mathematische Abenteuer“ einzulassen, eine Bedingung, die ich nicht unterschätzen würde. Das Buch ist für meine Begriffe gerade deshalb auch für „Fachleute“ in Mathematik geeignet, also insbesondere für Lehrerinnen und Lehrer, Lehrende und Studierende der Mathematik, und „Das Geheimnis des kürzesten Weges“ könnte mit Hilfe des Buches auch im universitären Rahmen erforscht werden.

Literatur

- Beutelspacher, A. (1999): *Pasta all'infinito. Meine italienische Reise in die Mathematik*. - München: Beck
 Guedj, D. (1999): *Das Theorem des Papageis*. - Hamburg: Hoffmann und Campe

Autorin

Langfeld, Barbara, Fachbereich Mathematik, Carl von Ossietzky Universität Oldenburg, D-26111 Oldenburg.
 Email: barbara.m.langfeld@mail.uni-oldenburg.de