

Aspekte einer Förderung räumlicher Kompetenzen im Geometrieunterricht

Ergebnisse einer Trainingsstudie mit Sonderschülerinnen und -schülern

Frank Hellmich; Jens Hartmann
Oldenburg (Germany)

Abstract: *Aspects of a training of spatial competencies in the geometry classroom - results of a study with students in special education.* Training of spatial ability is postulated as a substantial aim of mathematics education. In particular, research studies have shown that spatial ability is positively related to achievement in mathematics. Other studies gave evidence of transfer effects between spatial ability and the enhancement of mathematical skills. Our research focusses at probable effects of a spatial ability training and the investigation of geometry achievement. The sample comprised of 110 students in special education. The students were assigned to one of two groups. Students of the experimental group took part in a training of spatial ability. Our results show that spatial ability can be enhanced in particular with respect to specific items closely related to the training environment. We could not identify significant effects of the training neither on spatial ability nor on geometry performance.

Kurzreferat: Die Förderung räumlicher Kompetenzen wird als ein wesentliches Ziel des Mathematikunterrichts postuliert. Eine positive Korrelation zwischen räumlichen Fähigkeiten und der Mathematikleistung konnte in zahlreichen Studien in verschiedener Weise nachgewiesen werden. Einige Untersuchungen, die die Förderung räumlicher Fähigkeiten thematisieren, belegen darüber hinaus bereichsübergreifende Transfereffekte auf Leistungen im Mathematikunterricht. Dass diese Effekte bei leistungsschwächeren Schülerinnen und Schülern besonders stark sind, konnte in Untersuchungen aus dem Bereich der Lernbehindertenpädagogik gezeigt werden. Die hier beschriebene Studie untersucht mit Hilfe eines Kontrollgruppendesigns, ob sich eine Förderung bei lernbehinderten Schülerinnen und Schülern (N = 110) sowohl auf räumliche Fähigkeiten als auch auf Aufgaben aus dem Geometrieunterricht auswirkt. Die Ergebnisse zeigen keine generelle Förderung räumlicher Fähigkeiten. Es sind nur dann Fördereffekte zu erkennen, wenn die Items inhaltlich sehr eng mit dem verwendeten Trainingsmaterial verknüpft sind. Trotz der inhaltlichen Nähe ist kein signifikanter Transfer auf Leistungen im Bereich der Geometrie nachweisbar.

ZDM-Classification: C36, C46, C76, C96, G26

1. Räumliche Geometrie in der Primarstufe

Als eines der Hauptziele des Geometrieunterrichts in Grund- und Sonderschulen wird die Förderung räumlicher Fähigkeiten hervorgehoben, die als eine Voraussetzung für das Erlernen geometrischer Inhalte und schulischen Lernens im Allgemeinen betrachtet werden. Dieser Aspekt wird auch in den aktuellen NCTM-Standards (2000) aufgeführt. Schon für die ersten Schuljahre wird ein expliziter Umgang mit mentalen Bildern geometrischer Figuren gefordert: Als wesentliche Ziele werden hier herausgestellt, dass Schülerinnen und Schüler lernen sollen, Eigenschaften und Verhältnisse

zwei- und dreidimensionaler geometrischer Figuren zu analysieren sowie mathematische Begründungen über geometrische Beziehungen zu entwickeln. Besondere Bedeutung kommt in diesem Zusammenhang der Förderung wesentlicher Aspekte räumlicher Kompetenzen zu, die sich in Anlehnung an Maier (1999) wie folgt zusammensetzen und in der hier beschriebenen empirischen Untersuchung Berücksichtigung gefunden haben. Es handelt sich hierbei um insgesamt fünf Subfaktoren, die Maier (1999) kumulativ zusammengetragen hat und sich daher faktorenanalytisch nicht als unabhängige Faktoren darstellen. Dies ist aus mathematikdidaktischer Perspektive sicherlich auch nicht zwingend notwendig.

Unter *räumlicher Wahrnehmung* wird in diesem Kontext die Fähigkeit verstanden, die spezifische Ausrichtung räumlicher Konfigurationen, insbesondere die Identifikation der Horizontalen und der Vertikalen, zu erkennen. Diese Fähigkeit wird beispielsweise für Testaufgaben wie die *Wasserspiegelauflage* von Piaget & Inhelder (1971) benötigt: Die Probanden sind dort dazu aufgefordert, sich ein Gefäß mit einer Flüssigkeit gefüllt vorzustellen und in eine vorgegebene Abbildung die Flüssigkeitsoberfläche bei gekipptem Gefäß einzeichnen. Diese Fähigkeit wird häufig als eine notwendige Voraussetzung für weitergehendes räumliches Vorstellungsvermögen diskutiert (Besuden 1999).

Die Komponente *Veranschaulichung* verlangt, sich gedanklich räumliche Operationen wie Verschiebungen oder Faltungen von Objekten oder von Teilen von ihnen ohne Verwendung anschaulicher Hilfen vorzustellen. *Mentale Rotation* umfasst die Fähigkeit, sich Rotationen von zwei- oder dreidimensionalen Objekten zu vergegenwärtigen. *Räumliche Orientierung* und *räumliche Beziehungen* unterscheiden sich in einem wesentlichen Aspekt voneinander: Räumliche Orientierung bezeichnet die Fähigkeit, sich als Person mental im Raum zurecht zu finden, wobei der Standpunkt *innerhalb* der Aufgabensituation liegt, wohingegen es sich bei räumlichen Beziehungen um die Fähigkeit handelt, räumliche Beziehungen von Objekten untereinander zu erfassen. Der Standpunkt liegt hier jedoch *außerhalb* der Aufgabensituation.

Es ist sicherlich deutlich, dass unter dem Begriff räumliche Kompetenzen ein relativ breites Spektrum verschiedener Unterfähigkeiten zu subsumieren ist. Auch wenn dieses Modell häufig als nicht ausreichend für die Charakterisierung dieses Konstruktes kritisiert wird (Quaiser-Pohl 1998), so dienen die hier aufgezeigten Komponenten aus mathematikdidaktischer Perspektive zumindest als Strukturierungshilfe für Unterrichtsmodelle im Bereich der Geometrie. In diesem Sinne sollen sie hier auch verstanden werden.

2. Förderung räumlicher Kompetenzen

Die Möglichkeit sowie die Relevanz einer Förderung räumlicher Kompetenzen im Rahmen des Mathematikunterrichts ergeben sich im Wesentlichen aus Studien, die eine positive Korrelation mit Leistungen im Bereich der Mathematik konstatieren (Guay & McDaniel 1977; Klieme 1986; Reiss, Klieme & Heinze 2001), wobei sich

auf dieser Grundlage noch kein Ursache-Wirkungs-Zusammenhang erkennen lässt. Es wird jedoch vermutet, dass gute räumliche Fähigkeiten sich positiv auf Leistungen im Mathematikunterricht und insbesondere auf die Rechenleistung auswirken.

Die Frage, ob und inwiefern eine Förderung räumlicher Kompetenzen erfolgreich umgesetzt werden kann, ist lange offen geblieben. So belegen insbesondere einige Studien aus den sechziger und siebziger Jahren eine genetische Disposition räumlicher Kompetenzen. Diesen Ergebnissen steht eine Metaanalyse über zahlreiche Untersuchungen von Linn & Petersen (1985) gegenüber, die resümierend zeigt, dass räumliche Fähigkeiten zwar stark genetisch beeinflusst sind, jedoch ähnlich wie motorische Leistungen trainiert werden können. Dies ist abhängig von genetisch determinierten Grenzen der Lernmöglichkeiten (Rost 1977, 101).

Hinsichtlich der Effekte von Fördermaßnahmen führt Maier (1999) etwa vierzig Studien an, die belegen, dass räumliche Fähigkeiten bei Personen unterschiedlichen Alters erfolgreich gefördert werden konnten. Diesen Studien liegen unterschiedliche Förderkonzepte zugrunde, die bis in die achtziger Jahre hinein im Wesentlichen materialgebunden orientiert gewesen sind. Besonders in den letzten Jahren werden aber auch computerunterstützte Lehr-Lernumgebungen zur Förderung räumlicher Kompetenzen gewählt.

Hinsichtlich einer materialgebundenen Lehr-Lernumgebung konnte beispielsweise Rost (1977) bei Schülerinnen und Schülern dritter Grundschulklassen in einem groß angelegten Feldexperiment zeigen, dass sich ein systematisches mehrwöchiges Spieltraining positiv auf die räumliche Vorstellungsfähigkeit von Jungen und Mädchen auswirkte. In dieser Untersuchung wurden Spiele eingesetzt, die als wesentliches Element eine räumliche Spielumgebung aufwiesen (Rost 1977, 116ff.).

Hinsichtlich einer computerunterstützten Förderung räumlicher Kompetenzen sind in den letzten Jahren vielfältige Untersuchungen durchgeführt worden. So findet sich bei Souvignier (2000) ein Überblick über insgesamt neun Studien, die der Frage nach Effekten computerunterstützter Förderung auf räumliche Fähigkeiten unter verschiedenen Blickwinkeln und in variierten Untersuchungsdesigns nachgehen. Mit Ausnahme weniger Untersuchungen (Gagnon 1985; Greenfield, Brannon & Lohr 1994; vgl. Souvignier 2000) haben sich hierbei Computerspiele als generell wirksam zur Förderung räumlicher Fähigkeiten ergeben. Die allgemeine Wirksamkeit solcher Computerspiele kann insbesondere deswegen als recht stabil angesehen werden, weil sie über verschiedene Computerspiele, unterschiedliche Trainingsdauern und variierte Kriterien repliziert werden konnte. Im Kontext dieser Befunde liegen zumeist Studien aus dem nordamerikanischen Raum vor. Im deutschsprachigen Raum sind demgegenüber nur wenige Trainingsuntersuchungen vorhanden. Diese sind einerseits im Bereich der Lernbehindertenpädagogik zu finden (Masendorf 1993, 1994; Souvignier 2000), andererseits liegen Studien mit explizit mathematik-didaktischem Charakter vor (Hartmann & Reiss 1999; Hartmann 2000).

In den Studien von Masendorf (1993, 1994) und

Souvignier (2000) konnte die Förderung räumlicher Kompetenzen wiederholt bei lernbehinderten Jugendlichen in beträchtlichem Umfang und in einem überschaubaren Zeitrahmen gezeigt werden. In diesen Studien wurden in erster Linie die Computerprogramme *Tetris* und *Block-out* eingesetzt. Neben den bereichsspezifischen Fördereffekten konnten bereichsübergreifende Transfer-effekte bezüglich des Problemlöseverhaltens lernbehinderter Kinder und Jugendliche nachgewiesen werden. In einer dieser Studien konnte der Nachweis einer positiven Auswirkung der Förderung räumlicher Fähigkeiten auf Inhalte des Physikcurriculums erbracht werden (Souvignier 2000).

Aus mathematikdidaktischer Perspektive liegen Arbeiten zur Förderung räumlicher Fähigkeiten insbesondere im Zusammenhang mit Überlegungen hinsichtlich der Gestaltung von Lehr-Lernarrangements im Mathematikunterricht vor. So konnte hier in einzelnen Untersuchungen in der Primar- und der Sekundarstufe I gezeigt werden, dass sich räumliche Kompetenzen nicht ohne weiteres beeinflussen lassen (Hartmann & Reiss 1999; Hartmann 2000). Lediglich in einer Studie ist eine generelle Förderung räumlicher Fähigkeiten erkennbar, die sich jedoch auf den Bereich *Mentale Rotation* beschränkte (Hartmann & Reiss 1999). Hinsichtlich bereichsübergreifender Effekte konnte deutlich nachgewiesen werden, dass der Transfer einer Förderung auf Leistungen im Geometrieunterricht für Kinder sehr schwierig ist.

In Bezug auf die Frage nach der Wirksamkeit von computerunterstützten Fördermaßnahmen auf räumliche Kompetenzen im Vergleich zu anderen Lernumgebungen liegen Hinweise dafür vor, dass keine Unterschiede hinsichtlich der Bearbeitungsstrategien und Fehler bei der Bearbeitung vorhanden sind. Dies betrifft insbesondere den Vergleich zwischen einer computerunterstützten und einer eher materialgebundenen Problemlöseumgebung (Jöckel & Reiss 1999). Es konnten darüber hinaus ebenso wenig Unterschiede hinsichtlich der Fördereffekte räumlicher Kompetenzen in solch unterschiedlichen Lehr-Lernarrangements gefunden werden (Reiss & Albrecht 1994; Leutner & Kretschmar 1988).

Der These der Förderung räumlicher Kompetenzen stehen mehrere überwiegend ältere und zum Teil unveröffentlichte Studien gegenüber, die keine signifikanten Fördereffekte nachweisen können. Es gehen jedoch einschränkende Variablen aus diesen Studien hervor, die explizite Forderungen wie beispielsweise eine angemessene zeitliche Dauer oder die Auswahl der Fördererelemente bei solchen Trainingsmaßnahmen im Rahmen empirischer Studien stellen (vgl. Maier 1999, 81f.).

Aus den Ergebnissen der referierten Studien ergeben sich die folgenden Forschungshypothesen.

3. Hypothesen

Die erste Hypothese begründet sich im Wesentlichen auf Arbeiten von Hartmann und Reiss (1999) sowie Souvignier (2000). (I) Es wird erwartet, dass die Beschäftigung mit räumlich-geometrischen Inhalten in einer computerunterstützten Lehr-Lernumgebung eine

Förderung räumlicher Kompetenzen zur Folge hat.

Die zweite Hypothese betrifft den Transfer von gezielten Übungen im Bereich räumlicher Kompetenzen auf Leistungen im Geometrieunterricht. Untersuchungen belegen, dass Transferleistungen für Kinder sehr schwierig sind (Masendorf, Kullik & Heyland 1997). Aus diesem Grund scheint hier eine Einschränkung auf das Lernen geometrischer Inhalte vorerst angebracht. (II) Es wird erwartet, dass sich ein räumlich-geometrisches Training positiv auf Leistungen im curricularen Geometrieunterricht auswirkt.

Die dritte Hypothese betrifft Konsequenzen des hier zum Einsatz kommenden problemlöseorientierten Lehr- und Lernarrangement. Es wird vermutet, dass das selbstständige Umgehen mit Aufgaben und Problemen im Unterricht eine Arbeitsform ist, die bevorzugt leistungsstärkere Kinder für sich nutzen können. In Anlehnung an Hartmann (2000) bedeutet dies konkret: (III) Die Effekte der Förderung räumlicher Kompetenzen und geometriebezogener Schulleistung sind bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern (i) stärker als bei leistungsschwächeren Kindern und (ii) stabil im Sinne von langandauernd.

4. Design der Studie

Der vorliegenden Studie liegt ein Kontrollgruppendesign zugrunde. Die Schülerinnen und Schüler aus vierten und fünften Klassen der Schule für Lernhilfe (N = 110) wurden anhand der Ergebnisse in einem Vortest zu räumlich-geometrischen Qualifikationen und einem Test zur Erfassung kognitiver Fähigkeiten, der CMM-LB, parallelisiert. Als zusätzliche Kriterien haben das Alter und das Geschlecht der Schülerinnen und Schüler Berücksichtigung gefunden. Es wurde ebenso darauf geachtet, die Schulklassen je zur Hälfte in eine Kontroll- und eine Experimentalgruppe einzuteilen, um Klasseneffekte zu vermeiden.

Der Altersdurchschnitt der Schülerinnen und Schüler liegt bei 11;08 Lebensjahren bei einer Standardabweichung von 11 Monaten.

Nach Geschlecht getrennt ergibt sich für die Jungen ein Mittelwert von 11;09 Jahren und für die Mädchen von 11;08 Jahren. Der Anteil der Jungen in den einzelnen Schulklassen gegenüber dem der Mädchen dominiert, woraus sich eine Verschiebung des Gleichgewichts der Geschlechter in den beiden Gruppen ergibt. Die Beachtung der Geschlechterverteilung auf die beiden Untersuchungsgruppen ist insofern von Bedeutung, als in Bezug auf Leistungen im Bereich räumlicher Fähigkeiten sehr häufig Geschlechterdifferenzen berichtet werden (Fennema & Sherman 1977; Harris 1978; Quaiser-Pohl 1998). Sowohl in der Experimental- als auch in der Kontrollgruppe befinden sich jeweils 22 Mädchen und 33 Jungen.

Die Experimentalgruppe erhielt ein Training im Umfang von vier Unterrichtsstunden, in denen räumlich-geometrische Aufgaben bearbeitet wurden. Der Kontrollgruppe wurde gleichzeitig regulärer Unterricht erteilt. Beide Untersuchungsgruppen nahmen anschließend an einer Unterrichtseinheit zu ebener und räumlicher Geometrie teil. Abschließend sowie ein halbes Jahr später

wurde jeweils ein Nachtest zu räumlich-geometrischen Kompetenzen gestellt.

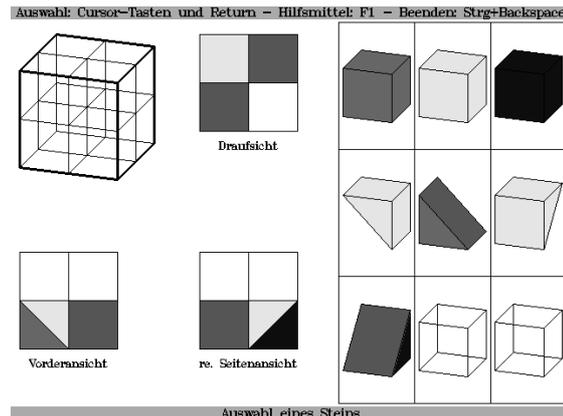


Abb. 1: Beispiel für die Lernumgebung *Quader-Puzzle*

Das Training der Experimentalgruppe fand unter Verwendung des Computerprogramms *Quader-Puzzle* (vgl. Jöckel, Abel & Reiss 1999) statt. Diese Computersoftware verlangt von den Schülerinnen und Schülern, Aufgaben zu bearbeiten, bei denen anhand von vorgegebenen Ansichten Körper aus verschiedenfarbigen Würfeln und Dreiecksprismen zusammengesetzt werden sollen. Der Schwierigkeitsgrad dieser Aufgaben variiert. Die in Gruppen organisierte Sequenz von Aufgaben konnte von den Schülerinnen und Schülern selbstständig bearbeitet werden, wobei Arbeitstempo und Aufgabenschwierigkeit individuell bestimmt werden konnten (vgl. Abb. 1).

In der anschließenden Unterrichtseinheit zu räumlicher Geometrie wurden geometrische Körper (Quader, Kegel, Prisma, Pyramide und Zylinder), deren Baupläne, Abwicklungen und Ansichten thematisiert.

Vor und nach der Trainingsphase sowie der Unterrichtseinheit bearbeiteten die Schülerinnen und Schüler Aufgaben aus dem Bereich räumlicher Kompetenzen und zu Inhalten der Unterrichtseinheit. Die Items wurden in Anlehnung an übliche Aufgaben aus Tests zu räumlichen Fähigkeiten entworfen (vgl. Grüßing, in diesem Band). Die Aufgaben aus dem Bereich der Geometrie sind in Abstimmung zum Kanon gängiger Mathematikbücher für das vierte und fünfte Schuljahr entstanden und wurden analog zu Aufgabenstellungen entworfen, die in der Unterrichtseinheit behandelt wurden. Zusätzlich ist im Nachtest eine Aufgabe mit inhaltlichem Bezug zum computerunterstützten Training zu finden.

5. Ergebnisse

Die beiden Untersuchungsgruppen – die Experimentalgruppe, die an der computerunterstützten Fördereinheit zu räumlichen Fähigkeiten teilgenommen hat, und die Kontrollgruppe, der in dieser Zeit regulärer Unterricht erteilt worden ist – unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Ergebnisse im Nachtest nicht signifikant voneinander.

In Hinblick auf den Zusammenhang zwischen den Ergebnissen der Tests zu räumlichen Kompetenzen und des Tests zur Erfassung kognitiver Fähigkeiten ergeben sich Korrelationen auf einem hochsignifikanten Niveau (Vortest/CMM-LB: $p < .001$, $r = .260$, Nachtest/CMM-LB: $p < .001$, $r = .252$, Kendall-Tau-b). Ein Zusammenhang

zwischen allgemeiner Intelligenz und räumlichen Fähigkeiten kann demnach mit einer relativen Wahrscheinlichkeit angenommen werden. Die Vortest- und Nachtestwerte korrelieren ebenfalls auf einem hochsignifikanten Niveau ($p < .001$, $r = .398$, Kendall-Tau-b).

Im Folgenden sollen nun die eingangs formulierten Hypothesen überprüft werden. Hierbei werden die Signifikanzniveaus in Bezug auf den Zuwachs zwischen Vor- und Nachtest dargestellt. Dies geschieht in Hinblick auf die Vor- und Nachtestergebnisse der Experimental- und der Kontrollgruppe. Die Vor- und Nachtestergebnisse wurden jeweils auf eine Gesamtpunktzahl von Eins normiert, um sie miteinander vergleichen zu können. Für die Darstellung dieser Ergebnisse wurden Boxplots¹ gewählt.

Hypothese I

Die Auswertung zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler der Experimental- als auch die der Kontrollgruppe im Nachtest keine besseren Ergebnisse als im Vortest erzielten. Beide Untersuchungsgruppen unterscheiden sich in Bezug auf den Vergleich zwischen der Vortest- und der Nachtestdaten nicht signifikant voneinander. Ein hochsignifikanter Unterschied zwischen den Ergebnissen der Experimental- und der Kontrollkinder ergibt sich jedoch für die Bearbeitung einer Aufgabe, die einen inhaltlichen Bezug zum computerunterstützten Training besitzt.

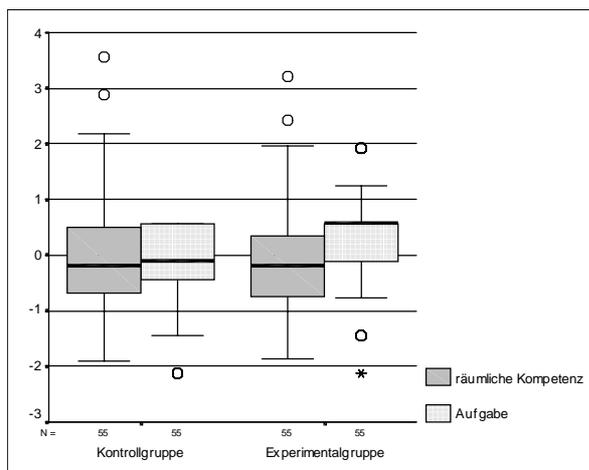


Abb. 2: Überprüfung der ersten Hypothese

Dieser hochsignifikante Unterschied liegt auf einem Niveau von $p = .014$ (Mann-Whitney) bei einer Effektstärke Stärke von $d = .40$ (Cohen) vor. Es lässt sich somit eine deutliche Förderung von Fähigkeiten erkennen, die eng mit der computerunterstützten Lerneinheit zusammenhängen (vgl. Abb. 2). Bei den dargestellten Werten handelt es sich um z-Werte². Eine Förderung räumlicher Kompetenzen durch die Bearbeitung räumlich-geometrischer Aufgaben ist demzufolge in Ansätzen

¹ Die Boxplots bestehen aus einer Box, die vom ersten und dritten Quartil (25. bzw. 75. Perzentil) begrenzt ist und deren innere Linie den Median repräsentiert. Ferner werden jeweils der kleinste und der größte Wert markiert. Ausreißer werden durch Kreise und Extremwerte durch Kringle gekennzeichnet.
² Diese Werte wurden jeweils auf einen Mittelwert von 0 und eine Standardabweichung von 1 normiert.

zu erkennen.

Hypothese II

Hinsichtlich der Verbesserung der Leistungen im Bereich der Geometrie durch eine Förderung räumlicher Inhalte sind im Vergleich der beiden Untersuchungsgruppen keine signifikanten Unterschiede zu erkennen.

Hypothese III

Zur Überprüfung dieser Hypothese werden Teilpopulationen betrachtet: das schwächere und das stärkere Drittel der Gesamtpopulation, gemessen an den Ergebnissen im Vortest. (i) Es wird deutlich, dass die Experimentalkinder, die bezüglich des Vortests dem stärkeren Drittel der Stichprobe zuzuordnen sind, sich deutlich verbessert haben.

Dies betrifft die Aufgabe, die inhaltlich mit dem Trainingsmaterial verknüpft ist. Es handelt sich hierbei um einen hochsignifikanten Unterschied auf einem Niveau von $p = .004$ (Mann-Whitney) bei einer Effektstärke von $d = .86$ (Cohen). Bezüglich der Leistungen im Bereich der Geometrie ist ein tendenzieller, aber nicht signifikanter Zuwachs zu beobachten, siehe Abbildung 3. Es lässt sich also im stärkeren Drittel der Stichprobe kein genereller Einfluss auf Leistungen im Geometrieunterricht feststellen. Es ist aber eine Förderung von Fähigkeiten erkennbar, die eng mit dem Training zusammenhängen. Die Experimentalkinder des schwächeren Drittels haben sich weder hinsichtlich der Geometrie-Items noch hinsichtlich der Aufgabe, die einen engen Bezug zum Training hat, im Vergleich zu den Kontrollkindern verbessert.

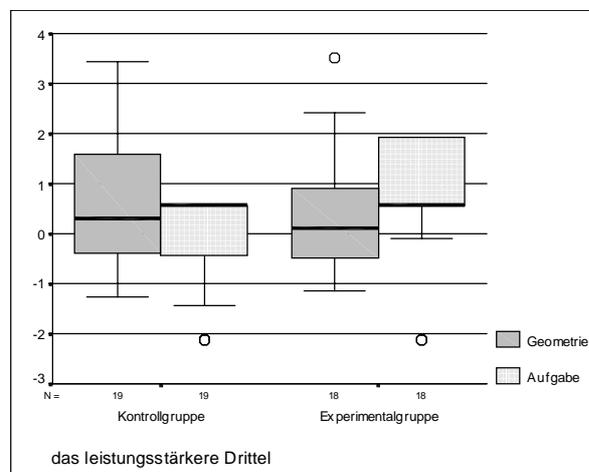


Abb. 3: Überprüfung der dritten Hypothese

Die Vermutung, dass die Effekte einer Förderung räumlicher Kompetenzen und geometriebezogener Schulleistung bei leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern stärker als bei leistungsschwächeren Kindern sind, kann also teilweise bestätigt werden. (ii) Nach einem zeitlichen Abstand von einem halben Jahr sind die erworbenen Fähigkeiten der Experimentalkinder des stärkeren Drittels tendenziell weitgehend noch vorhanden. Es lassen sich jedoch keine weiterhin signifikanten Effekte in Bezug auf die in (i) betrachteten Aufgaben nachweisen. Somit muss der zweite Teil der dritten Hypothese, die Effekte der Förderung räumlicher Fähigkeiten seien langandauernd, zurückgewiesen werden.

6. Diskussion

Die Untersuchung ist auf ein Training räumlicher Kompetenzen sowie einen Transfer auf das Verständnis in einer Unterrichtseinheit zu ebener und räumlicher Geometrie ausgerichtet. Obwohl die Art des verwendeten Trainingsmaterials wesentliche Komponenten beinhaltet, denen üblich eine Förderung räumlicher Kompetenzen zugeschrieben werden, kann eine Verbesserung in diesem Bereich nicht festgestellt werden.

Die Ergebnisse der Untersuchung können zum einen als Hinweis darauf verstanden werden, dass sich räumliche Fähigkeiten nicht durch ein relativ kurzzeitiges Training beeinflussen lassen, zum anderen ist es ein Indiz dafür, dass Mechanismen des Erwerbs oder Trainings räumlicher Fähigkeiten nicht so klar sind wie sie vielfach erscheinen (vgl. Hartmann 2000).

Trotz der inhaltlichen Nähe findet ebenso wenig ein Transfer auf die Unterrichtseinheit zur ebenen und räumlichen Geometrie statt. Ein Unterschied zwischen den beiden Untersuchungsgruppen besteht lediglich für eine Testaufgabe, die inhaltlich in starkem Maße mit der Geometrie-Lerneinheit verknüpft ist. Diese Testaufgabe bearbeitet die Experimental- im Vergleich zu der Kontrollgruppe hochsignifikant besser. Dies ist sicherlich in der inhaltlichen Nähe der Testaufgabe zu der Trainingseinheit begründet. Die Schülerinnen und Schüler der Experimentalgruppe konnten vermutlich mit dem Würfel als räumlichem Objekt sowie mit der Abbildung von Würfeln nach dem Training besser umgehen. Sie haben den Umgang mit solch einem räumlichen Objekt vielmehr gelernt.

Der Unterschied zwischen den Kontroll- und den Experimentalkindern ist im Wesentlichen auf die leistungsstärkeren Schülerinnen und Schülern zurückzuführen. Sie sind wahrscheinlich in stärkerem Maße in der Lage das vorgegebene Lehr-Lernarrangement für sich zu nutzen.

Die vorliegenden Ergebnisse gehen einher mit denen von Hartmann & Reiss (1999) sowie von Hartmann (2000), die in den Bereichen Grundschule und Sekundarstufe I durchgeführt worden sind. Räumlich-geometrische Aufgaben sind offensichtlich nicht ohne Weiteres geeignet, räumliche Kompetenzen zu fördern. Effekte einer Förderung sind dann am wahrscheinlichsten, wenn Trainings- und Testaufgaben in einem engen inhaltlichen Zusammenhang zueinander stehen.

Wesentliche Unterschiede zu anderen, bisher veröffentlichten Studien liegen zum einen in der Art des zur Förderung benutzten Materials, zum anderen im zeitlichen Umfang des Trainings. Hieraus ergeben sich aus mathematikdidaktischer Perspektive folgende Forderungen an empirisch orientierte Lehr- und Lernforschung:

(I) Zeitliche Dauer von Förderseinheiten

Der zeitliche Umfang von Förderseinheiten ist mit besonderem Augenmerk auf die Komplexität der zu vermittelnden Inhalte zu bedenken und an praxisorientierten Unterrichtsplanungen auszurichten. Ein wesentliches Kriterium hierfür ist kontinuierliches Lehren und Lernen am Unterrichtsgegenstand. Relativ kurzzeitige Förderseinheiten – wie sie beispielsweise aus psychologischen Arbeiten bekannt sind – scheinen die intendierten Auswirkungen zu verfehlen.

(II) Lehr- und Lernumgebungen

In außerordentlich vielen Studien (z.B. Leutner & Kretschmar 1988; Reiss & Albrecht 1994) konnte nachgewiesen werden, dass in unterschiedlichsten Lehr-Lernarrangements Fördereffekte möglich sind. Die oben beschriebenen Auswirkungen des Trainings zeigen deutlich, dass selbstständiges Umgehen mit Aufgaben und Problemen im Unterricht offenbar eine Arbeitsform ist, die bevorzugt leistungsstarke Schülerinnen und Schüler für sich nutzen können. Die schwächeren Schüler sind nicht in der Lage ohne gezielte Hilfen, Übungen oder Wiederholung das erworbene Wissen zu verinnerlichen. Hieraus lässt sich die Forderung nach einem möglichst breiten Repertoire an didaktisch-methodischen Elementen ableiten, das in solchen Förderseinheiten zum Einsatz kommen sollte. In diesem Zusammenhang wird häufig insbesondere im Bereich der Lernbehindertenpädagogik die Integration metakognitiver Aspekte diskutiert, die Bestandteil des Unterrichts sein sollten.

(III) Förderinhalte

In Bezug auf die inhaltliche Gestaltung von Förderkonzepten im Bereich räumlicher Kompetenzen ergibt sich die Forderung nach einer reichhaltigen Auseinandersetzung mit Gegenständen, die Anforderungen an räumliche Fähigkeiten stellen und Erfahrungen im Raum ermöglichen. Dies kann durch materialgebundene oder computerunterstützte Förderelemente geschehen, wobei eine Kombination beider Konzeptionen wünschenswert ist. Die Berücksichtigung aller wesentlichen Aspekte räumlicher Kompetenzen sollte hierbei Ziel der Bemühungen sein.

Literatur

- Besuden, H. (1999): Raumvorstellung und Geometrieverständnis. Unterrichtsbeispiele. Oldenburger VorDrucke 394. Oldenburg: Universität.
- Fennema, E.; Sherman, J. (1977): Sex-related differences in mathematics achievement, spatial visualization and affective factors. - In: American Educational Research Journal 14 (H.1), S. 51-71
- Fennema, E.; Tartre, L.A. (1985): The use of spatial visualization in mathematics by girls and boys. - In: Journal of Research in Mathematics Education 16 (H.3), S. 184-206
- Gagnon, D. (1985): Videogames and spatial skills: An exploratory study. - In: Educational Communication and Technology Journal 33, S. 263-275
- Greenfield, P.M.; Brannon, C.; Lohr, D. (1994): Two-dimensional representation of movement through three-dimensional space: The role of video game expertise. - In: Journal of Applied Developmental Psychology 15, S. 2-12
- Guay, R.B.; Mc Daniel, E.D. (1977): The relationship between mathematics achievement and spatial ability among elementary school children. - In: Journal for Research in Mathematics Education 8, 211-215
- Harris, L.J. (1978): Sex differences in spatial ability: possible environment, genetic, and neurological factors. - In: M. Kinsbourne (Hg.), Asymmetrical function of the brain. New York, S. 405-522
- Hartmann, J.; Reiss, K. (1999): Auswirkungen der Bearbeitung räumlich-geometrischer Aufgaben auf das Raumvorstellungsvermögen. - In: D. Leutner & R. Brünken (Hg.), Neue Medien in Unterricht, Aus- und Weiterbildung. Münster: Waxmann, S. 85-93
- Hartmann, J. (2000): Räumlich geometrisches Training und Transfer auf Leistungen im Geometrieunterricht der

- Grundschule. - In M. Neubrand (Hg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2000. Hildesheim: Franzbecker, S. 245-248
- Hellmich, F. (2001): Förderung des räumlichen Vorstellungsvermögens lernbehinderter Schülerinnen und Schüler im Zusammenhang mit ihren Leistungen im Geometrieunterricht. - In G. Kaiser (Hg.), Beiträge zum Mathematikunterricht 2001. Hildesheim: Franzbecker, S. 277-280
- Jöckel, S. & Reiss, K. (1999). Analyse und Simulation von Problemlösestrategien bei räumlichen geometrischen Aufgaben. - In H. Günther-Arndt (Hg.), Fachdidaktik als Zentrum professioneller Lehrerbildung. Oldenburger VorDrucke 387. Oldenburg: Universität, S. 65-79
- Jöckel, S.; Abel, J.; Reiss, K. (1999): QuaderPuzzle. Ein Instrument zur Erfassung raumgeometrischer Problemlösestrategien. - In L. M. Alisch (Hg.), Externale und internale Beschreibungen. Anwendungen empirisch-pädagogischer Forschungsmethodik. Hamburg: Waxmann.
- Klieme, E. (1986): Bildliches Denken als Mediator für Geschlechtsunterschiede beim Lösen mathematischer Probleme. - In: H. G. Steiner (Hg.), Grundfragen der Entwicklung mathematischer Fähigkeiten. Köln: Aulis, S. 133-151
- Leutner, D.; Kretschmar, R. (1988): Veranschaulichung und Aktivierung: Überraschende Effekte zweier didaktischer Prinzipien. - In: Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie, 20 (3), S. 263- 276
- Linn, M.C.; Petersen, A.C. (1985): Emergence and Characterization of Sex Differences in Spatial Ability: A Meta-Analysis. - In: Child Development, 56 (6), 1479-1498
- Maier, P.H. (1999): Räumliches Vorstellungsvermögen. Ein theoretischer Abriss des Phänomens räumliches Vorstellungsvermögen. - Donauwörth: Auer.
- Masendorf, F. (1993): Die Förderung des räumlichen Vorstellens bei lernbehinderten Kindern durch Computerspiele. - In: Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 7 (H.4), S. 209-213
- Masendorf, F. (1994): Förderungstypen des induktiven Denkens und des räumlichen Vorstellens bei lernbeeinträchtigten Kindern: Eine metatypologische Mehrstichproben-KFA. - In: Psychologie in Erziehung und Unterricht, 41, S. 14-21
- Masendorf, F., Kullik, U. & Heyland, H. (1997): Zur Trainierbarkeit des abstrakten Denkens bei lernbehinderten Schülern mittels eines computergestützten Bildplattensystems. - In F. Masendorf (Hg.), Experimentelle Sonderpädagogik. Weinheim: Beltz, S. 273-299
- National Council of teachers of mathematics (NCTM) (Hg.) (2000): Principles and standards for School Mathematics. - Reston, VA: NCTM.
- Piaget, J. & Inhelder, I. (1971): Die Entwicklung des räumlichen Denkens beim Kinde. Donauwörth: Klett.
- Quaiser-Pohl (1998): Die Fähigkeit zur räumlichen Vorstellung. Zur Bedeutung von kognitiven und motivationalen Faktoren für geschlechtsspezifische Unterschiede. - Münster: Waxmann.
- Reiss, K. & Albrecht, A. (1994): Unterscheiden sich Mädchen und Jungen beim Geometrielernen mit und ohne Computerunterstützung? - Mathematica Didactica, 17, S. 90-105
- Reiss, K., Klieme, E. & Heinze, A. (2001): Prerequisites for the understanding of proofs in the geometry classroom. In M. van den Heuvel-Panhuizen (Hg.), Proceedings of the 25th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Vol. 4 (pp. 97-104), Utrecht: Utrecht University.
- Rost, D.H. (1977): Raumvorstellung. - Weinheim: Beltz.
- Souvignier, E. (2000): Förderung räumlicher Fähigkeiten. Trainingsstudien mit lernbeeinträchtigten Schülern. - Münster: Waxmann.
- Thurstone, L.L. (1938). Primary mental abilities. - Chicago, Illinois: The University of Chicago Press.

Autoren

Hellmich, Frank, Fachbereich Mathematik, Carl von Ossietzky-Universität Oldenburg, D-26111 Oldenburg
Email: hellmich@mathematik.uni-oldenburg.de

Hartmann, Jens, Fachbereich Mathematik, Carl von Ossietzky-Universität Oldenburg, D- 26111 Oldenburg
Email: jens.hartmann@uni-oldenburg.de