

Krauthausen, Günter; Scherer, Petra

Einführung in die Mathematikdidaktik

Heidelberg; Berlin: Spektrum Akad. Verl., 2001 –
279 S.

ISBN 3-8274-1019-3

Hartmut Spiegel, Paderborn

1. Worum es im Allgemeinen geht und für wen das Buch geschrieben ist

Seit etwa 15 Jahren greift nach und nach eine Reform des Mathematikunterrichts in den Grundschulen um sich – und zwar auf ganz andere Art und Weise als die, die sich im Zuge der sogenannten Mengenlehre Anfang der 70er Jahre ereignet hat. Ein wichtiger Impuls hierfür war sicherlich der heute noch immer als „neuer Lehrplan“ bezeichnete NRW-Lehrplan von 1985, der die Handschrift Heinrich Winters trägt – aber die entscheidenden Impulse zur Umsetzung gingen von den vielfältigen Aktivitäten des von Norbert Gerhard Müller und Erich Christian Wittmann ins Leben gerufenen Dortmunder Projektes „mathe 2000“ aus. Anders als bei der von oben verordneten „Mengenlehre-Reform“ Anfang der 70er Jahre war es hier die Überzeugungsarbeit, die u.a. geleistet wurde mit Hilfe der beiden Bände „Handbuch produktiver Rechenübungen Teil 1, Teil 2“ sowie der vielfältigen forschungsgestützten Publikationen aller in der Projektgruppe Mitarbeitenden sowie weiterer von der Tragfähigkeit der Grundideen des Projektes überzeugter LehrerInnen und Hochschullehrer.

Was bisher noch fehlte, war ein kompaktes, systematisches Lehrbuch für die Aus- und Fortbildung von Lehrerinnen und Lehrern, das der umfassenden und auch außerhalb des Projektes „mathe 2000“ stattgefundenen Weiterentwicklung der Grundschulmathematikdidaktik während der letzten 15 Jahre in hinreichendem Maße Rechnung trägt. Günter Krauthausen und Petra Scherer – beides ehemalige Mitarbeiter im Projekt „mathe 2000“ – haben nun ein Buch mit dem Titel „Einführung in die Mathematikdidaktik“ vorgelegt, das geeignet ist, diese Lücke zu schließen. Der Titel ist ein wenig irreführend, denn es handelt sich nicht – wie man vermuten könnte – um ein Buch von der Art wie z.B. „Grundfragen des Mathematikunterrichts“ oder „Grundkurs Mathematikdidaktik“, in dem möglichst vollständig die stoffübergreifenden Themengebiete der Berufswissenschaft von Mathematiklehrern im Hinblick auf alle Schulstufen abgehandelt sind. Aufbau und Inhalt des Buches orientieren sich vielmehr an dem Hauptadressatenkreis: GrundschullehrerInnen mit einem geringem Studienanteil in Mathematik – derzeit und wohl auch in Zukunft leider die Mehrheit der zukünftigen GrundschullehrerInnen. Das bedeutet einerseits, dass die wesentlichen inhaltlichen, didaktischen und methodischen Aspekte des Grundschulmathematikunterrichts angesprochen sein müssen, andererseits aber

auch, dass kaum ein Bereich so ausführlich dargestellt werden kann, dass sich die Lektüre anderer Lehrbücher – wie z.B. einer „Didaktik der Arithmetik“ erübrigt.

2. Kommentierte Beschreibung des Inhalts

Das Buch besteht aus 4 größeren Kapiteln: „Inhaltsbereiche“, „Grundideen des Mathematiklernens“, „Organisation von Lernprozessen“ und „Spannungsfelder des Mathematikunterrichts“

In Kapitel 1 „Inhaltsbereiche“ geht es um Arithmetik, Geometrie und Sachrechnen – die drei miteinander verschränkten zentralen inhaltlichen Bereiche des Grundschulmathematikunterrichts. Was dort nachzulesen ist, hat einerseits die Funktion einer eigenständigen grundlegenden gegenstandstheoretischen Information, andererseits finden sich hier schon eine Vielzahl von Beispielen, auf die in späteren Kapiteln unter allgemeinen Aspekten immer wieder Bezug genommen wird.

Im Unterkapitel Arithmetik sind die Standardthemen abgehandelt und zwar – wenn auch nicht durchgehend – sowohl aus der Perspektive der Sachlogik, als auch aus der des Kindes. Die Themen entsprechen im wesentlichen Wittmanns „Grundideen der Arithmetik“, die da sind: Zahlreihe; Rechnen, Rechengesetze, Rechenvorteile; Zehnersystem und Rechenverfahren; Arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster; Zahlen in der Umwelt. Für „Arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster“ gibt es in diesem Kapitel keinen eigenen Abschnitt, doch taucht dieses Thema an anderen Stellen des Buches wiederholt auf. Im Hinblick auf einen sinnvollen Umfang des Buches mussten sich die Autoren entscheiden, ob sie alle Themen in ähnlicher Ausführlichkeit behandeln oder ob sie Schwerpunkte setzen. Sie haben sich für letzteres entschieden: Beispielsweise nehmen der dekadische Aufbau des Zahlensystems (einschließlich nichtdezimale Stellenwertsysteme) und die multiplikativen Operationen zusammen die Hälfte des gesamten Unterkapitels ein. Dadurch war es z.B. möglich, das Konzept des ganzheitlichen Zugangs zum Einmaleins ausführlich darzustellen und zu begründen – angesichts der noch verbreiteten Praxis, frühzeitig die Reihen isoliert „durchzunehmen“, ein wichtiges und verdienstvolles Unternehmen. Auf der anderen Seite führt das dazu, dass meiner Meinung nach andere wichtige Dinge ein wenig zu kurz kommen: Die Division z.B., der ein wenig mehr Liebe zum Detail gutgetan hätte, und auch die Addition und Subtraktion, dort hätte ich mir etwas mehr Material zu den möglichen und auch vorfindbaren Kopfrechenstrategien der Kinder gewünscht. Erfreulich ist, dass die Problematik der in der Praxis immer noch verbreiteten vorschnellen Einführung des Teilschrittverfahrens über die 10 in der 2. Hälfte des 1. Schuljahrs sehr ausführlich dargestellt wurde.

Das Unterkapitel „Geometrie“ beginnt mit einem Beispiel. Das Geobrett und eine Auswahl möglicher Aufgabenstellungen werden vorgestellt bzw. erwähnt. Schade, dass dieses Beispiel nicht so ausgearbeitet wurde, dass es weiter hinten im Buch als eine mögliche Konkretisierung eines für das Buch zentralen Begriffs, dem der „substanziellen Lernumgebung“, aufgeführt werden konnte. Das wäre gleichzeitig eine gute

Gelegenheit gewesen, etwas gegen die Unterschätzung der Bedeutung und der didaktischen Möglichkeiten der Geometrie zu tun, die ja mit Schuld ist an der verbreiteten Unterbewertung der Geometrie in der Grundschule – ein Sachverhalt, der im 2. Abschnitt des Kapitels erörtert wird. Der zentrale Abschnitt des Geometrikapitels ist konsequent entlang der von Wittmann formulierten „Grundideen der Geometrie“ gegliedert – eine überzeugende Strukturierungsidee, die sich in dieser Konsequenz auch für das Unterkapitel „Arithmetik“ angeboten hätte, wo die „Grundideen der Arithmetik“ noch nicht einmal explizit genannt werden. Zu jeder der Grundideen ist mindestens ein Beispiel ausführlich dargestellt. Ich gestehe, dass ich an manchen Stellen ein wenig verwundert war über die Zuordnung der Beispiele zu den Grundideen. Erklärbar ist das dadurch, dass die Grundideen nicht trennscharf sind und es daher manchmal eine Interpretationsfrage ist, was wohin gehört. Ein letzter Abschnitt ist der Inhaltsverteilung gewidmet, wobei besonders die Anmerkungen zum Thema „Kopfgeometrie“ lesenswert sind.

Das Unterkapitel „Sachrechnen“ hat die 4 Abschnitte: „Mathematisierung und Modellbildung“; „Funktionen des Sachrechnens“; „Typen von Sachaufgaben“ und „Größen“. Die ersten beiden Abschnitte lehnen sich relativ eng an bewährte Standardliteratur an. Der Abschnitt „Typen von Sachaufgaben“ enthält eine eigenständige Synopse der vorhandenen älteren und neueren Literatur in Form einer Klassifizierung mit 8 unterscheidbaren Aufgabentypen. Jeder Aufgabentyp wird ausführlich dargestellt, an Beispielen erläutert und didaktisch kommentiert – bei den ersten drei genannten Typen mit dem Ergebnis, dass es sich – zumindest in der Art, wie sie im „traditionellen Sachrechnen“ bearbeitet werden – um Aufgaben handelt, bei denen die Sache keine entscheidende Rolle spielt. Das ist bei „Sachproblemen“, „Sachstrukturiertem Üben“, „Sachtexten“, „Projekten“ – Ansätze die erst in jüngerer Zeit stärker ins Blickfeld der didaktischen Öffentlichkeit geraten sind – nicht der Fall. Offen ist für mich nach der Lektüre, wo die weiter hinten im Buch (S. 168/169) erwähnten – für Zwecke des Sachrechnens außerordentlich fruchtbaren – Kontextaufgaben nach dem Muster der Aufgaben von Van den Heuvel-Panhuizen eingeordnet werden sollen.

Im Unterabschnitt „Größen“ finden sich die dahin gehörenden notwendigen Standardinformationen für die zukünftige Lehrerin. Einige Ungereimtheiten sollten noch korrigiert werden. Der häufig empfohlene und als „didaktische Stufenfolge“ bezeichnete Aufbau der unterrichtlichen Behandlung von Größen wird erwähnt und auch relativiert, doch angesichts der Tatsache, dass sie für viele immer noch eine Art „Evangelium“ darstellt, hätte ich mir die Relativierung deutlicher und detaillierter gewünscht. Dass die Autoren versuchen, auch neueste Forschungsergebnisse einzubringen, zeigt sich in diesem Abschnitt darin, dass im Zusammenhang mit der Größe „Geldwerte“ auch die Steinbring'sche Analyse der Beziehung zwischen Mathematik und Sache zitiert wird. Allerdings ist es fraglich, ob dieses aus einer etwas umfangreicheren Darstellung entnommene Zitat an dieser Stelle für die durchschnittliche Leserin des

angesprochenen Adressatenkreises so ohne weiteres verstehbar ist.

Kapitel 2 „Grundideen des Mathematikunterrichts“ beginnt mit dem Beispiel „Räuber und Goldschatz“ aus dem „Handbuch produktiver Rechenübungen“, anhand dessen die Autoren vorab die verschiedenen Aspekte eines „zeitgemäßen Lernverständnisses“ deutlich machen. Diese Aspekte werden im Unterkapitel „Entdeckendes Lernen und Produktives Üben“ ausführlich erläutert – getrennt in den Abschnitten „Lernen: kleinschrittig auf vorgegebenen Wegen vs. ganzheitlich auf eigenen Wegen“ und „Üben: Reproduktion und Quantität vs. Produktivität und Qualität“. Es werden die wegweisenden Beiträge von Wittmann und Winter zu diesen Themen dargestellt und anhand eines Schulbuchvergleichs und kommentierter Aufgabenbeispiele erläutert. Für eine angemessene Praxis des Produktiven Übens eignen sich die „substanziellen Übungsformate“ bzw. die „substanziellen Aufgabensysteme“. Diese Begriffe werden eingeführt und erläutert. Sie tauchen später im Buch immer wieder auf und werden noch ergänzt um den der „substanziellen Lernumgebung“. Eine Liste angegebenen Kriterien kann benutzt werden, um vorgegebene Aufgaben(systeme) zu beurteilen, andererseits können die Kriterien als Leitlinien bei der Entwicklung eigener Lernumgebungen dienen.

Im Abschnitt „Spielerisches Lernen und Üben“ wird zunächst dargelegt, worin die Bedeutung spielerischen Lernens liegt. Näher eingegangen wird dann auf Denk- und Strategiespiele, die sich besonders gut zur Förderung allgemeiner Lernziele eignen. Hilfreich für die Auswahl geeigneter Spiele ist hier der angegebene Kriterienkatalog. Schließlich werden noch die „Pseudospiele“ erwähnt, bei denen für motivierend gehaltene Verpackungen von „drill and kill“ - Übungen unter dem irreführenden Namen Spiel angeboten werden.

Das Unterkapitel „Didaktische Prinzipien“ orientiert sich an dem strukturiertem Diagramm, das 1998 von Wittmann veröffentlicht wurde. Dort werden verschiedene Klassen didaktischer Prinzipien unterschieden und zueinander in Beziehung gesetzt. Es gehören dazu altbekannte Prinzipien wie z.B. das Spiralprinzip, das Prinzip von der Orientierung an fundamentalen Ideen und das operative Prinzip, aber auch solche, die erst in jüngerer Zeit ins Blickfeld gerückt sind wie z.B. das Prinzip der fortschreitenden Schematisierung oder das Prinzip der Orientierung am Vorwissen. Die Autoren erläutern diejenigen Prinzipien etwas ausführlicher, auf die sie nicht an anderen Stellen des Buches ausführlicher eingegangen sind oder eingehen. Das sind: Spiralprinzip, Zone der nächsten Entwicklung, Fortschreitende Schematisierung und das Operative Prinzip. Die in meinen Augen für die Praxis brauchbarste Ausformulierung dieses Prinzips stammt ebenfalls von Wittmann (vgl. seinen Aufsatz: Objekte-Operationen-Wirkungen) und so ist es nur konsequent, dass darauf Bezug genommen wird. Unverzichtbar sind die Passagen des Textes, in denen unterstrichen wird, dass das Operative Prinzip mehr beinhaltet als den blinden Aktionismus, der häufig unter dem Deckmantel von „Handlungsorientierung“ daherkommt.

Das Unterkapitel „Übergreifende Ziele des

Mathematikunterrichts“ besteht aus einem Abschnitt über allgemeine Lernziele sowie einem etwas umfangreicheren Abschnitt über soziales Lernen. Als allgemeine Lernziele werden diejenigen bezeichnet, die auf fachübergreifende und inhaltsunabhängige Kompetenzen abzielen. Die Autoren verzichten darauf, aus den vielen schon bekannten Listen eine Art ggT oder kgV zu erzeugen und vorzulegen. Gemäß der Maxime „Weniger ist mehr“ beschränken sie sich auf detaillierte Ausführungen zu „häufig genannte(n) Zielformulierungen, die uns für den Mathematikunterricht besonders relevant erscheinen“. Das sind: Kreativität und Problemlösen, Mathematisieren, Darstellen, Argumentieren, was ziemlich genau dem „Didaktischen ABC des Mathematikunterrichts“ (Wittmann) entspricht, das die Autoren in ihrem Text unter Hinzuziehung vieler Zitate durchbuchstabieren und ergänzen durch Vorschläge und Beispiele zur Realisierung dieser Ziele. Vermisst habe ich einen Hinweis auf die Texte von Abele u.a. „Überlegungen und Materialien zu einem neuen Lehrplan für den Mathematikunterricht in der Grundschule“(1970) und von Winter „Vorstellungen zur Entwicklung von Curricula für den Mathematikunterricht in der Gesamtschule“(1972). Beide Texte haben einen großen Einfluss auf die Lernziel Diskussion gehabt und sind voll von immer noch aktuellen Vorschlägen und treffenden Formulierungen.

Eher zu kurz gekommen ist bisher in der Lehrbuchliteratur zur Mathematikdidaktik das soziale Lernen. Ausgehend von einem Unterrichtsbeispiel werden theoretische Hintergründe, Begründungen, und insbesondere didaktische Folgerungen ausführlich dargestellt. Der Abschnitt endet mit einem Beispiel, das dafür gedacht ist, Bedenken zu überwinden und Mut zu machen dafür, sich darauf einzulassen auch mit sehr heterogenen Lerngruppen in der beschriebenen Weise zu arbeiten. Die Aussage der Autoren, dass zur Umsetzung dieses Unterrichtsbeispiels inzwischen genügend positiv zu wertende Erfahrungen vorliegen, möchte ich unterstreichen und ergänzen um den Hinweis, dass es nicht das einzige dieser Art ist.

Das Kapitel 3 „Organisation von Lernprozessen“ hätte man in der Vergangenheit vor dem Hintergrund des Paradigmas „Leitung und Rezeptivität“ vielleicht noch mit: „Ausgewählte Aspekte der Unterrichtsplanung“ überschrieben, auch wenn sich in diesem Kapitel keine Arbeitsschrittkataloge oder Gliederungsüberschriften für mentale oder schriftliche Unterrichtsvorbereitung finden. Dem Wort „Unterricht“ haftet nun mal die Vorstellung an, es ginge um „vermitteln“ bzw. „beibringen“, - insofern passt: „Organisation von Lernprozessen“ besser. In diesem Kapitel werden ausgewählte zentrale Themen abgehandelt, über die jeder gut orientiert sein sollte, der Grundschulkindern beim Lernen von Mathematik unterstützen möchte:

„Standortbestimmungen/Vorkenntnisse“ (13 Seiten), „Fehler und Lernschwierigkeiten“ (11 S.), „Motivation“ (8 S.), „Differenzierung“ (9 S.), „Arbeitsmittel und Veranschaulichungen“ (23 S.!!!), „Taschenrechner“ (9 S.), „Computer“ (3 S.). Jeder einzelne Abschnitt hat den Charakter einer eigenständigen und in sich abgeschlossenen Darstellung der Thematik, die die

Entwicklungen der letzten Jahre und neuere Forschungsergebnisse umfassend einbezieht. Für die Lehrerbildung können diese Texte einerseits dazu dienen, sich einen fundierten Überblick über die mit dem betreffenden Thema zusammenhängenden Fragestellungen und Ergebnisse zu verschaffen, andererseits können sie Ausgangspunkt für eine vertiefte Beschäftigung mit der Thematik im Rahmen eines Seminars sein. Hierzu ist die ausgiebig zitierte Literatur hilfreich.

An vielen Stellen des Kapitels wird spürbar, dass die Autoren mit vielen der behandelten Fragestellungen aufgrund eigener Forschungsarbeiten oder guter Kontakte zu anderen Forschern sehr vertraut sind und nicht nur gut verpackte „second hand“- Didaktik liefern. Sie bewahren aber auch Augenmaß, indem sie dem Thema „Computer“ – was eine Art „Heimspiel“ für GKr gewesen wäre - nicht mehr Raum einräumen, als ihm sinnvollerweise eingeräumt werden muss. Auf zwei Seiten erläutern die Autoren ihre diesbezügliche Grundposition und weisen darauf hin, dass es sich bei der Mehrzahl der derzeit angebotenen Software um nichts weiter als „elektronische Arbeitsblätter“ handelt. Das Studium der übrigen Teile des Buches dürfte ausreichen, um Software darauf hin zu prüfen, ob sie mit den Grundideen des Entdeckenden Lernens und Produktiven Übens vereinbar ist. Der Platz, der für das Thema „Computer“ nicht benötigt wurde, stand dann u.a. zur Verfügung, um das Thema „Arbeitsmittel und Veranschaulichungen“ besonders gründlich zu behandeln. Angesichts der herrschenden Begriffsverwirrung und des z.T. auch anzutreffenden unreflektierten Einsatzes von Veranschaulichungs- und Arbeitsmitteln haben sich die Autoren um dieses Thema mit ihrer gründlichen Analyse und Darstellung neuerer Forschungsergebnisse besonders verdient gemacht.

Ein wenig aus der Reihe fällt der Abschnitt „Bedeutung der Fachkompetenz der Lehrenden“ – untergebracht im Teilkapitel: „Anforderungen an die Organisation von Lernprozessen“. Leider ist es – und das wird dort auch ausgeführt – nicht selbstverständlich für die Studierenden aber auch in politischen Kreisen, die Einfluss auf die Ausbildungsgestaltung haben, dass auch Grundschullehrerinnen über ein nicht geringes Maß an spezifischer Fachkompetenz verfügen müssen, um Kinder beim Mathematiklernen optimal zu fördern. Insofern macht es viel Sinn, diesen Aspekt der Lehrerqualifikation auch in einem solchen Buch nachdrücklich zu unterstreichen. Der Text würde sicherlich noch überzeugender wirken, wenn die Autoren ihr Anliegen auch mit Hilfe konkreter Beispiele inkompetenten Lehrerhandelns aufgrund mangelnder Fachkompetenz illustriert hätten.

In Kapitel 4: „Spannungsfelder des Mathematikunterrichts“ gehen die Autoren rückblickend und abschließend auf polare Begriffe ein, die häufig als unvereinbare Gegensätze gesehen werden: „Anwendungs- & Strukturorientierung“, „Fertigkeiten & Fähigkeiten“, „Schülerorientierung & Fachorientierung“, „Eigene Wege & Konventionen“, „Individuelles Lernen & Leistungsbewertung“. Wer die Diskussionen mit oder unter Lehrern über diese vermeintlichen Widersprüche kennt, wird es mit mir für eine gute Idee halten, die

Argumente dafür, dass sich jeweils nicht um Gegensätze sondern komplementäre Aspekte eines optimalen Lernprozesses handelt, gesondert ans Ende des Buches zu stellen. Ganz im Sinne des Spiralprinzips werden unter Inkaufnahme gewisser Redundanz entscheidende Argumente gebündelt, aus denen sich ergibt, dass hier kein „entweder-oder“ sondern ein „sowohl-als auch“ angebracht ist. Ein schönes Schlusskapitel für ein gelungenes Buch!

3. Abschließende, zusammenfassende Einschätzung

Ich gebe zu, dass es mir Spaß gemacht hat, das Buch gründlich zu studieren, und dass ich die Lektüre interessant und auch für mich lehrreich fand. Ich bin zuversichtlich, dass das anderen Kollegen, die sich darauf einlassen können, auch so geht.

Wer die Weiterentwicklung der Teile der Didaktik des Mathematikunterrichts der Primarstufe, die in der Praxis auch wirksam geworden sind, in den letzten drei Jahrzehnten verfolgt hat, weiß, dass sie ganz maßgeblich von Heinrich Winter, Erich Christian Wittmann und Gerhard Norbert Müller initiiert und mitgestaltet worden ist. Insofern ist es nicht verwunderlich, wenn in diesem Buch, das als eine Einführung in den „state of the art“ des Grundschulmathematikunterrichts geschrieben wurde, Beiträge dieser Didaktiker und insbesondere die der Dortmunder einen bedeutenden Raum einnehmen. Dass die Autoren diesen viel verdanken haben, heben sie ausdrücklich in der Einleitung hervor. Diejenigen aber, die an einer weiter zunehmenden Veränderung der Praxis im Sinne der einleitend erwähnten Reform interessiert sind, müssen den Autoren dankbar sein, dass sie den existierenden Materialien (insbes. Handbüchern und Schulbuchwerken) ein Lehrbuch zur Seite gestellt haben, das weit davon entfernt ist, eine bloße Reproduktion von Ideen und Beispielen aus dem Projektes mathe 2000 zu sein. Sie greifen diese auf, betten sie in einen argumentativen Kontext umfangreicher Bezugsliteratur ein, ergänzen das Ganze durch eigenständige Beiträge und integrieren hervorragend theoretische Ausführungen und praktische Beispiele. Somit ist ein Werk entstanden, von dem man sich wünscht, dass es zumindest in großen Teilen von möglichst vielen gelesen wird, für die diese Konzeption, Kinder beim Lernen von Mathematik zu unterstützen, noch Neuland ist.

Autor

Spiegel, Hartmut, Prof. Dr.,
Universität Paderborn, Fachbereich 17,
Warburgerstr. 100
D-33098 Paderborn.
E-mail: hartmut@upb.de