

Maier, Hermann; Schweiger, Fritz; Reichel, Hans-Christian (Hg.):

## Mathematik und Sprache

### Zum Verstehen und Verwenden von Fachsprache im Mathematikunterricht

Wien: öbv&hpt Verlagsgesellschaft, 1999. - 272 S.  
(Mathematik für Schule und Praxis; 4)  
ISBN 3-209-02797-8

Peter Gallin, Bauma/Zurich (Switzerland)

Das Buch "Mathematik und Sprache" ist ein umfangreiches Gemeinschaftswerk zweier Autoren, das sich im Bereich des Mathematikunterrichts vor allem an Personen wendet, die im Lehrberuf, in Lehrerbildungsschulen und in fachdidaktischer Forschung tätig sind. Gerne hätte ich mehr über die Autoren erfahren als nur den Ort, an dem sie wirken. Einer von ihnen könnte durchaus auch Linguist sein, denn streckenweise hebt der Text in recht anspruchsvoller Weise in die Sprachwissenschaft ab, was einem mathematisch orientierten Leser einige Anstrengung abverlangt. Dafür wird er aber durch umfassende Einsichten im fremden Sachgebiet belohnt, die immer wieder an die Mathematik und speziell den Mathematikunterricht zurückgebunden werden. Wer sich über Eigenheiten wissenschaftlicher Fachsprachen und die Mathematik als Sprache informieren will, sollte dieses Buch zur Hand nehmen, zumal es mit seinen 315 Literaturhinweisen einen fast unüberschaubaren Fächer von weiterführenden oder vertiefenden Arbeiten aufmacht.

Das Buch gliedert sich in vier große Teile. Im ersten Kapitel wird die Besonderheit der mathematischen Fachsprache auf dem Hintergrund sprachwissenschaftlicher Überlegungen dargestellt. Im zweiten Kapitel wird die Rolle der Sprache beim Lehren und Lernen von Mathematik behandelt. Das dritte Kapitel geht von der kommunikativen Funktion der Sprache im Unterricht aus, und das vierte Kapitel handelt von der Förderung der Sprachkompetenz der Lernenden im mathematischen Bereich. Schließlich sind mehr oder weniger geschlossene Themen in insgesamt fünf Anhängen separat dargestellt: "Kodierung und Information", "Zahlwörter", "Formale Sprachen, Automaten und Fraktale", "Lesbarkeit von Texten – Lesefähigkeit – Textverstehen" und "Sprache und Denken".

Gleich zu Beginn des ersten Kapitels wird eine konzentrierte Einführung in die Sprachwissenschaft geboten. Die Abschnitte über Entstehung und Funktion der Sprache deuten die Vielschichtigkeit des Themas an, wobei die heuristische Funktion der Sprache etwas zu kurz kommt: Dieser Teilbereich der kognitiven, auf Erkenntnisgewinn ausgerichteten Funktion der Sprache ist im schulischen Lernprozess ganz zentral. (Erst im vierten Kapitel werden diese Aspekte vertieft bearbeitet.) Die von der zweiwertigen Logik geprägten Eigenheiten der mathematischen Fachsprache werden sodann sehr ausführlich zusammen-

gestellt: von einzelnen Sätzen, Satzverbindungen und Beweisen über Begriffsbildungen und Fachwörter bis zu deren Konzentraten, den Symbolen. Bei der Darstellung der Junktoren hat mich aber ein falscher Beispielsatz überrascht, der – vielleicht absichtlich, vielleicht aus Versehen – inmitten von lauter wahren Aussagen steht: *Ein Viereck ist genau dann eine Raute, wenn die Diagonalen aufeinander senkrecht stehen* (S. 23). Und beim Problem der Versprachlichung von Symbolketten fühlte ich mich mit meiner Sprechgewohnheit nicht einbezogen: Offenbar lesen wir zum Beispiel die Binomialkoeffizienten je nach Sprachregion verschieden, manchmal als "k aus n", manchmal als "n tief k" und manchmal als "n über k"; auch bei den Integrationsgrenzen gibt es Unterschiede, denn oft liest man sie unmittelbar nach dem Wort "Integral" und nicht erst nach "*dx*" (S. 42).

Im Abschnitt "Zur Syntax und Semantik der mathematischen Fachsprache" werden neben theoretischen Grundlagen immer wieder interessante grammatikalische Begründungen für Eigenheiten der mathematischen Fachsprache gegeben. Leider sind hier ein paar sachliche Ungenauigkeiten oder unklare Definitionen hereingerutscht, die das Lesen erschweren. Dass im Beispielsatz *Mir ist kalt* das Wort *Mir* Subjekt im Dativ sei, ist schlicht falsch (S. 48). Und was das "irreversible Passiv" ist, wird anhand des gegebenen Beispiels in keiner Weise deutlich (S. 50). Manchmal fehlt zu einer interessanten Beobachtung das erhellende Beispiel: "Syntaktisch gesehen hat die Passivtransformation mehrere Aufgaben: Eine davon ist es, Sätze zu koordinieren und dabei koreferentielle Satzglieder zu tilgen." Einige Male werden Begriffe implizit, durch Anführungszeichen, definiert. In Bezug auf "Heckenwörter" ist dies gut gelungen. Das Beispiel *Dämme werden auch von Bibern gebaut* zeigt, wie das Heckenwort *auch* die Lesart *alle Dämme...* verhindert. Heckenwörter blockieren also Allquantoren! An anderer Stelle setzen sich die Autoren aber in klaren Widerspruch zum Duden Nr. 1 (1986 bis 2000), wenn sie  $2 + 3 = 5$  als *zwei und drei sind fünf* lesen. Im Duden steht wörtlich: "acht und eins macht, ist (*nicht*: machen, sind) neun". Diese kleinen Mängel sind aber vernachlässigbar im Vergleich zu den vielen Denkanstößen, die besonders im Bereich des Passivs, der Negation, der Vieldeutigkeit und der Metaphern gegeben werden. Was Mathematiker unbewusst und oft unbedacht mit der Sprache machen, wird hier ans Licht gehoben. Zu ihren Eigenarten gehört zum Beispiel auch die gängige Praxis, Formeln in den fortlaufenden Text – sei es innerhalb von Textzeilen oder vom Text abgesetzt – einzufügen. Dass es dabei um die syntaktische Struktur eines *Zitats* geht und welche Probleme dadurch erzeugt werden, kann am Ende des ersten der beiden am Schluss dieser Rezension angeführten Bücher nachgelesen werden.

Das erste Kapitel schließt mit dem Abschnitt "Mathematische Texte". In einer Übersicht wird die mathematische Sprache gegliedert in die geschriebene, gesprochene und computerbezogene. Leider ist weder in dieser Übersicht noch im nachfolgenden Text berücksichtigt, dass Schüler mathematische Texte in ihrer ureigenen Sprache verfassen könnten. Ebenso ist von vorneherein ausgeschlossen, dass ein Dialog auch schriftlich geführt werden könnte. Dieser Abschnitt kann also nur als Bestands-

aufnahme einer sehr eingeschränkten Unterrichtspraxis gelten, in welcher der Lehrer sagt oder das Lehrbuch beschreibt, wie es ist, und die Schüler sich rein rezeptiv verhalten. Der produktive Sprachgebrauch durch die Schüler ist ausgeblendet. Erst in späteren Kapiteln werden diese moderneren Aspekte des Sprachgebrauchs diskutiert. Eingeschränkt auf die Rezeption mathematischer Fachtexte wird aber eine sehr treffende Charakterisierung gegeben: "Mathematische Texte sind vor allem durch zwei Merkmale ausgezeichnet, nämlich durch hohe Informationsdichte und geringe Redundanz." Dies wird in Gegensatz zu "Prosatexten" gestellt, bei denen "unvollständig" gelesen werden dürfe. Das mag in Bezug auf Texte im Bereich der Informationsübermittlung durchaus zutreffen, wird aber auf heftige Kritik von Literaturwissenschaftlern stoßen, die sich mit Texten als Kunstwerken auseinandersetzen.

Im zweiten Kapitel "Sprache und Mathematiklernen" wird anhand von zahlreichen Forschungsergebnissen dargelegt, welche Unterschiede und Probleme beim Lernen von Mathematik im Vergleich zum Erlernen der Muttersprache auftreten. Verschärft werden die Schwierigkeiten, wenn Mathematik in einer Fremdsprache, oder sogar in einer Sprache mit fremdem kulturellem Hintergrund unterrichtet wird. Beim Aufzählen der Lerninhalte und Lernziele wird zum ersten Mal deutlich darauf hingewiesen, dass unbedingt sprachliche Eigenproduktionen das effektive Lernen von Mathematik kennzeichnen. Diese Prozesse werden denn auch zur berechtigten Kritik an der Repräsentationstheorie von J. B. Bruner: Lassen sich denn beim Produzieren die drei Stufen *Handlung*, *Bild* und *Symbol* auseinanderhalten? Viele Forschungen deuten darauf hin, dass Handlung, Visualisierung und Sprache den Lernprozess permanent begleiten, dass also die sprachliche Gestalt nicht ein ferner, idealer Endzustand ist. Das Kapitel gipfelt in einem Votum für eine konstruktivistische Lerntheorie (S. 92). Leider gehen die Visionen der Autoren aber kaum über die traditionelle Rollenverteilung zwischen Lehrenden und Lernenden hinaus: Diese sind dazu verpflichtet, in (konstruktivistischer) Weise das zu verarbeiten, was jene in einer breiten Palette von Handlungs-, Bild- und Sprachangeboten liefern. Den vorwiegend rezeptiven Anforderungen an die Lernenden sind denn auch die letzten Abschnitte des zweiten Kapitels gewidmet: Wie löst man mathematische Probleme? Wie liest man Aufgabentexte? Wie hängen Textverstehen und Problemerkennung zusammen? Zu solchen Fragen sind wieder zahlreiche Forschungsarbeiten zitiert. Erst im letzten Abschnitt "Sprache und Lösungsdarstellung" erhält der Schüler größere sprachliche Autonomie zugebilligt: "In jedem Fall ist selbständiges und adäquates sprachliches Formulieren unter angemessener Verwendung fachsprachlicher Mittel gefordert." Wenn dieser Ansatz weiter geführt würde bis zur eigenständigen Produktion von Handlungen, Bildern und Texten, würde es auch möglich, das Lernende nicht nur Rekonstruktionen sondern Neukonstruktionen schaffen. Doch darüber schweigt sich das zweite Kapitel aus.

Das dritte Kapitel "Kommunikation im Mathematikunterricht" ist das umfangreichste. Während bei den sprachlichen Aktivitäten der Schülerinnen und Schüler hier vorgesehen ist, dass sie selbst über Lösungswege und

Arbeitsergebnisse schriftlich berichten und sogar selbst Aufgabentexte produzieren (S.109), ist bei den Lehrpersonen nicht vorgesehen, dass sie zu diesen Schülerprodukten schriftliche Rückmeldungen geben. Der erste Abschnitt belegt mit Forschungsarbeiten ausführlich die Schwierigkeiten, die bei der beidseitigen Übertragung von gesprochener und geschriebener Sprache entstehen. Dabei fällt auf, dass die meisten Forscher ein akribisches Interesse an den Fehlleistungen der Lernenden haben und sich kaum je um das Kreative in den Schülerprodukten kümmern. Diese aufdringliche Defizitorientierung mag ja im Bereich der didaktischen Forschung noch angehen, wäre aber in der täglichen Unterrichtspraxis verheerend. Die meisten zitierten Forschungsansätze stellen vermutlich die Motivlage des Probanden nicht in Rechnung: Welche Konsequenzen hat es denn für mich als Testperson, wenn der von mir verfasste Konstruktionsbericht bei einer zweiten Testperson nicht so ankommt, wie ich das wollte? Hinge von dieser Frage wirklich viel ab, so wären die Testergebnisse sicher besser, wenn auch der von den Forschern gesuchte Gebrauch der Fachsprache wohl kaum intensiver wäre. Dann kämen die kreativen Kompetenzen der alltagssprachlichen Umschreibungen und der singulären Begriffsbildungen ad hoc voll zur Geltung. Sehr deutlich wird in diesem Abschnitt, dass sprachliche Normabweichungen als schlecht taxiert werden. Den Autoren ist es aber sehr gut gelungen, die Ursachen für diese Defizite sehr differenziert und prägnant darzustellen. (Dass sie dabei das Gegensatzpaar *verbal* / *schriftlich* anstelle von *mündlich* / *schriftlich* verwenden (S. 85, 110 ff.), verwirrt nur anfangs ein wenig.) Vermisst habe ich einzig den Hinweis auf das Rosnick-Clement-Phänomen: Die beiden Autoren Rosnick und Clement haben 1980 unter dem Titel "Learning without Understanding" (Journal of Mathematical Behavior, Vol. 3, Nr. 1) eine im Unterricht permanent auftretende Schwierigkeit beim Übertragen von quantitativen Bezügen in algebraische Schreibweisen untersucht.

Der zweite Abschnitt "Erarbeitender Unterricht" zeichnet das erschütternde Bild des fragend-entwickelnden Unterrichts in drastischer Weise nach. Man spürt deutlich dass der Autor Hermann Maier hier mit eigenen Forschungsarbeiten beteiligt ist. Den Todesstoß gibt er dieser Unterrichtsform mit folgendem Zitat (S. 149):

"Insgesamt nimmt der einzelne Schüler an einem zeitlich recht ausgedehnten Gespräch teil, in dem er von ständigen Störungen begleitete, teilweise verwirrende und ermüdende sprachliche Botschaften empfängt. Aus all diesen Gründen scheint es für ihn schwierig zu sein, auf der Basis des fragend-entwickelnden Unterrichts jenes Wissen und jenes Verstehen aufzubauen, dessen Erarbeitung dieser bezwecken soll."

Im dritten Abschnitt "Unterrichtsformen zur Förderung des Sprachverstehens und der sprachlichen Produktivität" werden sodann viele Vorschläge gemacht, wie man aus dem Missstand des über Generationen perpetuierten fragend-entwickelnden Unterrichts ausbrechen kann. Auch diese vielen guten Ideen werden ausgezeichnet auf die Fachliteratur bezogen. Alle zielen letztlich auf einen echten Dialog – sei er mündlich oder schriftlich – zwischen Lehrenden und Lernenden. Wer unterrichtet, muss diese Seiten gelesen haben! Und zum dialogischen Lernen gibt es weiterführende Studien, die in den beiden am Schluss

angeführten Büchern verfügbar sind.

Das vierte Kapitel "Sprachförderung im Mathematikunterricht" bietet nun gezielte Vorschläge, wie der Unterricht verbessert werden kann. Zunächst werden die Ziele der Sprachförderung festgelegt. Dazu gehören: ein steter Wechsel von Produktion und Rezeption von Mündlichkeit und Schriftlichkeit, der Mut zur Restriktion auf unbedingt notwendige Fachausdrücke, bewusstes Transformieren von netzförmigen in sequentiell-lineare Strukturen, Verflüssigen der Prägnanz mathematischer Texte und vielleicht sogar der Verzicht auf ideale Prägnanz, Thematisieren von fachsprachlichen Eigentümlichkeiten. Mittel zum Erreichen dieser Ziele sind im Bereich der Rezeption: mathematische Nacherzählungen, Kopfgeometrie, mathematische Diktate, gegenseitiges Beschreiben von Konstruktionen und Modellen, langsames und kommentiertes Lesen mathematischer Texte. Dabei darf nicht übersehen werden, dass auch die Lehrpersonen ihre rezeptiven Anstrengung durchaus erhöhen können:

"Auch der Lehrer muss bereit und in der Lage sein, die mündlichen wie schriftlichen Äußerungen jedes einzelnen Lernenden in dem von ihm gemeinten Sinn aufzufassen, um die von ihm ausgedrückten fachlichen Inhalte sicher einzuschätzen sowie Fehlvorstellungen und Wissenslücken zuverlässig aufspüren und korrigieren zu können." (S. 180)

(Leider dominiert auch in diesem Zitat die Defizitperspektive, denn vor dem Korrigieren kommt immer das Aufspüren der zum Teil nur ansatzweise ausgedrückten Qualitäten eines Schülertextes.) Vorschläge zur Sprachförderung im Bereich der Produktion sind: das Aushandeln von Bedeutungen in Diskussionen mit dem Vorteil von raschen Rückmeldungen sowie die schriftlichen Eigenproduktionen in Lernjournals mit verzögerten, dafür aber nachhaltigeren Rückmeldungen. Die in diesem Zusammenhang referierten Literaturangaben (S. 185) sind allerdings in zweifacher Hinsicht irreführend: Zum einen ist die Idee, sich in Lerntagebüchern auch über die persönliche Beziehung zum Stoff schriftlich zu äußern, wesentlich früher als erst 1997 publiziert worden, und zum andern kann ich aus eigener Anschauung berichten, dass die interessanten Untersuchungen und positiven Befunde zum Journalschreiben von A. Waywood in den australischen Schulen ohne Wirkung geblieben sind, da nach dem Abschluss der Forschungsarbeiten keinerlei Schritte zur Einführung im täglichen Unterricht unternommen worden sind. Zum günstigen Zeitpunkt für das Hinführen zu textlichen Eigenproduktion fordern die Autoren, dass diese "spätestens in der zweiten Grundschulklasse" einsetzen sollten, um aus dem "Schema des permanenten (übenden) Lösens von Aufgaben" ausbrechen zu können (S. 188). Meine Erfahrungen zeigen, dass gerade der Übertritt an die Oberstufe (7. Schuljahr) durchaus ein günstiger Zeitpunkt für einen Paradigmenwechsel hin zu textlichen Eigenproduktionen darstellt. Die Lernenden stellen erstaunlich schnell um; die Lehrenden haben damit viel größere Probleme. Zum Schluss werden auch noch Themenbeispiele angegeben, bei denen besonders intensive Eigenproduktionen möglich sind. Da stellt sich das Problem, dass gerade in der heutigen Zeit mit abnehmender Stundendotation im Mathematikunterricht Vorschläge zu schönen, aber lehrplanfernen Themen unter den Tisch fallen. Für die Rosinen bleibt kaum Zeit.

Darum ist zu betonen, dass selbst in den alltäglichsten Lehrplanthemen stets Aufträge zu textlichen Eigenproduktionen gefunden werden können.

Leider kann die Rezension des reichhaltigen und anregenden Buches "Mathematik und Sprache" nicht schließen, ohne einen sehr betrüblichen Aspekt anzuführen: Die drucktechnische Gestaltung des Buches ist nicht über die eines Typoskripts hinausgewachsen. Das Lektorat hat völlig versagt. Wie anders ist es erklärbar, dass die Kapitel- und Unterkapitelnummern manchmal mit und manchmal ohne Punkt erscheinen, dass die geraden Seitennummern bei den Anhängen plötzlich kursiv erscheinen, dass von Seite 237 bis 241 großenteils ganze Abschnitte textgleich zu den Seiten 178 bis 180 sind, dass Formeln, ja sogar mehrstellige Dezimalzahlen von Zeile zu Zeile gebrochen werden, dass Anführungszeichen in den verschiedensten Varianten verwendet werden, dass in den Formeln die Regel nach Kursivschrift von Variablen, nicht aber von Feststehendem laufend missachtet wird, dass Minuszeichen und Satzspiegelstriche verwechselt werden, dass eckige Klammern ohne ersichtlichen Grund sporadisch auftreten, dass die in der Mathematik so beliebten Auslassungspunkte anstatt zu dritt auch zu viert oder zu noch mehreren erscheinen, dass der Unterschied von zwei Brüchen betont wird, die auch bei genauestem Betrachten genau gleich sind, dass die unterschiedlichsten Satzspiegelzeichen und Einzüge verwendet werden, dass drei geometrische Figuren falsch oder wegen fehlender Linien schwer verständlich sind, dass eine als Abbildung gedachte Lehrbuchseite wie fortlaufender Text eingefügt ist, dass ein Kapitel mit einer Formel anfängt, die offenbar eine Layout-Leiche ist, und dass mir rund 75 übrige Druckfehler begegnet sind, von fehlenden oder überschüssigen Wörtern, Buchstaben und Satzzeichen über doppelte Kommas bis zu überflüssigen Trennstrichen innerhalb von Wörtern? Den Autoren ist hier kein großer Vorwurf zu machen, denn sie schreiben selbst (S. 46):

"Gerade in mathematischen Druckwerken kann man Beispiele sorgfältiger graphischer Gestaltung finden. Die Vorliebe für eine ansprechende Gestaltung des Textes hat zur Verbreitung leistungsfähiger Schreibprogramme beigetragen."

Vermutlich sind diese Schreibprogramme eben teilweise doch nicht so leistungsfähig und es bedarf eines Menschen, der die von Mathematikern so geliebte perfekte Gestaltung herbeiführt.

#### Literatur

- Ruf, U.; Gallin, P. (1998): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Austausch unter Ungleichen. Bd. 1. – Seelze-Velber: Kallmeyer  
 Ruf, U.; Gallin, P. (1999): Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik. Spuren legen – Spuren lesen. Bd. 2. – Seelze-Velber: Kallmeyer

#### Autor

Gallin, Peter, Prof. Dr., Mathematiklehrer an der Kantonsschule Zürcher Oberland in Wetzikon und Fachdidaktiker an der Universität Zürich.  
 Adresse: Tüfenbach 176, CH-8494 Bauma  
 E-mail: p.gallin@freesurf.ch