Schwarz, Wolfgang:

Didaktik der Arithmetik in Primarstufe und Orientierungsstufe

Fachdidaktischer Hintergrund und Materialien für den Unterricht in den Klassen 1 bis 6

Hamburg: Lingenbrink, 1999. - 254 Seiten
(Materialien zur Didaktik der Mathematik)
ISBN 3-00-005279-8

Norbert Matros, Landau/Pfalz (Germany)

Woher?

Das Buch von Wolfgang Schwarz (der Name des Autors wird fortan von mir abgekürzt mit WS) ist in *vier Kapitel* gegliedert. Das letzte derselben bietet auf 75 Seiten (171 bis 245) die im Buchtitel so genannten „Materialien". Während man dem entsprechend und aufgrund der Kapitelüberschrift („Übungsmaterial") noch die Vorstellung haben könnte, es würde sich um Rechenmaterial (o.ä.) handeln, bemerkt man beim Lesen, daß es sich nur in einem Falle um ein solches handelt, ansonsten eigentlich um Übungs-*Themen*, die in diesem vierten Kapitel vorgestellt und vor allem mathematisiert werden. Sie sind sämtlich bekannter Literatur entnommen, wobei allerdings WS für die einzelnen Themen auf seine Quellen nur ganz selten verweist und irgendeine Theorie des Übens gar nicht darstellt. Insbesondere vermisst man Quellenangaben bei oft ausgeloteten Themen. So wird z.B. das Thema „Magische Quadrate" hier durchaus nur bruchstückhaft vorgestellt. Aber dem unbedarften Leser wird zugemutet, daß „magische Quadrate" zugleich auch „pseudomagisch" seien - eine definitorische Flunkerei, die an der ursprünglichen Semantik der Sprache völlig vorbeigeht und die sich z.B. bei W. Ahrens (1918) nicht findet, gleichwohl er dieses Thema auf einem vergleichbar höheren Bildungsniveau abgehandelt hat. Dieses ziemlich unorganisch angeklebte vierte Kapitel vermittelt exemplarisch für das gesamte Buch keinen guten Gesamteindruck.

Das *erste Kapitel* ist mit „Zahlbegriffsbildung und Grundrechenarten" überschrieben, obwohl man kein Sterbenswort über Zahlbegriff oder dessen mögliche subjektive Entwicklung zu lesen bekommt. Da wird keine mathematische Definition der natürlichen Zahlen vorgetragen, geschweige denn eine didaktisch brauchbare. Sicher haben wir hier ein „heißes Eisen" vor uns - und WS hütet sich davor, es auch nur anzutasten. Oder hat er das diesbezügliche Dilemma in der didaktischen Literatur doch bemerkt und hält sich weise zurück? Aber da macht er es sich leicht, indem er kurzerhand behauptet: „Dem Zählaspekt kommt *heute* eine große Bedeutung zu" (S. 5, Hervorhebung von mir). Und schon sind wir bei den gesprochenen Zahlwörtern und bei Zählprinzipien angelangt, wie es zum derzeitigen Literaturstandard gehört, dem hier eilfertig - um nicht zu sagen untertänig - nachgeeifert wird.

Dieses erste Kapitel stellt zusammen mit dem *zweiten Kapitel* („Zahldarstellung und Rechenverfahren") den Grundkanon des Arithmetikunterrichtes der Klassen 1 bis 4 dar, und zwar in sehr knapper Form, wie sie derzeit nur von Gorski/ Müller-Philipp (1999) unterboten wird. Dabei sehe ich von dem Ausflug in „Antike Zahlnotationen und Rechenverfahren" (S. 31 bis 50) allerdings ab. Andererseits sollte ich aber doch nicht davon absehen; denn hier werden gewisse „Urväter" (S. 31) unserer Zahlen und unseres Rechnens vorgestellt, die dann didaktisch schließlich doch nur am Rande („alternativ") verwertet, aber zu einem Verständnis unserer Rechenformen gar nicht herangezogen werden. Uns näher stehende „Urväter" werden leider nicht erwähnt. Diesem Ausflug (bzw. Überflug) in alte Zeiten werden immerhin 20 Seiten gewidmet, während im *dritten Kapitel* („Von den natürlichen zu den rationalen Zahlen") das befürwortete Mischkonzept der Bruchrechnung auf lediglich knapp 6 (sechs) Seiten (S. 145 bis S. 150) „skizziert" (S. 144) wird, dessen Vorlage aber (nämlich stattliche 100 Seiten in Padbergs „Didaktik der Bruchrechnung", in der schließlich nichts Überflüssiges steht!) zwar im Voraus einmal global erwähnt, aber wiederum in Einzelheiten kein einziges Mal zitiert wird, obwohl mitunter fast daraus abgeschrieben wird. - Das fügt sich vollkommen in den erstgenannten Gesamteindruck des Buches ein.

Es ist ja angenehm, ein Buch zu besprechen, das dem Leser neue Denkanstöße vermittelt, das ihn anregt, so daß ihn evtl. enthaltene Schwächen und Fehler nicht weiter aufregen. Wenn man aber bei der Lektüre eines Buches zunehmend darüber staunt, daß da nichts Neues geboten wird, dann regen einen leider die vielen Mängel dazu an, das Buch nur noch auf sie hin zu betrachten. Leider wurde ich bei der Lektüre immer mehr in diese unangenehme Verfassung gedrängt. *Das Buch bringt für den Fachmann nichts Neues; es ist wissenschaftlich uninteressant, egal ob in fachlicher oder fachdidaktischer Hinsicht.*

Wohin?

Offensichtlich ist das Buch aus der Vorbereitung einer Lehrveranstaltung zur Didaktik der Arithmetik hervorgegangen und wendet sich - obwohl es nicht direkt gesagt wird - an Studierende des Lehramtes der Primarstufe. Es ist zwar von der Sache her zweifellos berechtigt zu fordern, daß Primarstufenlehrer über den engen Horizont ihrer - normalerweise - vier Schuljahre hinausschauen, also auch hinreichend Kenntnisse zur Didaktik der rationalen Zahlen erwerben sollten, zumal ja Dezimalzahlen bereits ab dem zweiten Schuljahr auftreten und eine große Verständnishürde darstellen. (Ich vermeide den Ausdruck „Dezimalbruch", obwohl derzeit favorisiert, weil es ein „weißer Schimmel" ist; „dezimal" allein bedeutet bereits „Zehntelbruch".) Aber dann müßte man eben konsequent eine auf die ersten vier Schuljahre abgestimmte Bruchzahl- und Dezimalzahleinführung bedenken und nicht einfach durch Darstellung mathematischer Zahlbereichserweiterungen dem Studierenden letztlich nichts anderes vermitteln als einen Blick auf einen didaktisch (leider) leeren Horizont. Außerdem: Wenn man eine solche Horizonterweiterung beabsichtigt, dann sollte man zuvorderst dafür sorgen, daß man das, was für Primarstufenlehrer beruflich zentral bedeutsam ist, auch intensiv und gründlich vermittelt; sonst wirken Bruchzahlkonzepte und Zahlbereichserweiterungen eher schädigend auf Motivation und Interesse der Studierenden. Und genau an solch gründlicher Vermittlung der Didaktik der natürlichen Zahlen in den ersten beiden Kapiteln des Buches mangelt es doch erheblich.

Wenn dieses Buch also den derzeitigen Zustand der Primarstufenlehrer-Ausbildung widerspiegeln sollte, dann wäre es um diese schlecht bestellt. Man kann zwar - wie es WS in seinem Vorwort tut - „größtmögliche Vertrautheit mit dem mathematischen Hintergrund“ der Unterrichtsinhalte fordern. Was aber ist *größtmögliche* Vertrautheit? Und wie will man der Forderung gerecht werden, wenn man den mathematischen Hintergrund so in den Vordergrund spielt, daß die Didaktik dabei im Hintergrund verschwindet (weshalb man wohl auch von „fachdidaktischem Hintergrund“ schon in Titel und Vorwort spricht). Für viele Studierende wird auf diese Weise die Belehrung über den „mathematischen Hintergrund“ schnell zu einem *Hinderungsgrund*, sich jemals später mit „so etwas“ noch zu befassen. Der angehende Lehrer bekommt ja sehr schnell schon in den Praktika zu sehen, daß man auch ohne auskommt. Dann hat ein solches Studium tatsächlich nichts bewirkt.

Verschnitt-Kunst?

Mag also der Verfasser sein Buch als Grundlage für ein entsprechendes Studium ansehen, so eignet es sich doch dafür in vielerlei Hinsicht nicht; man kann es allenfalls - mit Vorbehalt - als eine Art Kompendium zur Prüfungsvorbereitung gelten lassen. Als Studiervorlage ist es vor allem deshalb nicht zu empfehlen, weil es ein ziemlich *magerer Verschnitt* derzeitiger Standardliteratur ist, insbesondere ein Verschnitt aus Padbergs „Zahlentheorie und Arithmetik“ (Anklänge an Scheids „Einführung in die Zahlentheorie“ sind auch deutlich zu sehen), sowie aus Padbergs „Didaktik der Arithmetik“ und „Didaktik der Bruchrechnung“. Leider ist dabei von der bei Padberg zu findenden zum größten Teil vorbildlichen didaktischen Aufbereitung des Stoffes für die Studierenden bei WS kaum noch etwas übrig geblieben. Manche Texte, die bei Padberg an sich schon inhaltlich schwer verständlich sind, werden von WS fast mit gleichem Wortlaut aufgegriffen, aber semantisch so inkonsistent formuliert, daß man, falls man sie ernsthaft verstehen wollte, geradezu in den Wahnsinn getrieben wird. Schlimmstes Beispiel in dieser Hinsicht sind wohl die Empfehlungen, wie der Lehrer die Bruchzahlen nach dem Größenkonzept einführen sollte (S. 138). Ebenso fühlt sich der Leser von allen guten Geistern verlassen, wenn es um die Kurzvorstellung des Mischkonzeptes der Bruchrechnung (S. 144 f.) geht. Da sollen Bruchzahlen – wohlgemerkt vom Schüler, obwohl der nichts von ihnen weiß – zuerst als Größen gedeutet und dann konkretisiert werden. Dabei ist es noch die schlichteste Frage, inwiefern der Ausdruck „$\frac{1}{3}$ kg“ (als Beispiel genannt) eine Konkretisierung darstellen soll und wie der Schüler Drittel herstellen sollte, wenn die dynamische Auffassung der Bruchzahl erst anschließend angesprochen wird.

Übrigens zitiert WS auch in solchen Zusammenhängen Einzelheiten nicht, sondern erwähnt Padberg gelegentlich nur global. Andernfalls würde der Studierende schon zu Beginn des Buches, wenn von den sogen. Zahlaspekten die Rede ist, die starke Abmagerung durch einen Vergleich sofort selber bemerken; denn diese Darstellung nimmt sich gegenüber jener bei Padberg geradezu wie eine Hungerpartie aus. Es fehlen zunächst einmal jegliche Beispiele; dann aber muß sich der Studierende doch wohl wundern, daß etwa der Operatoraspekt, obwohl er auf Seite 3 als „Vervielfachung eines Vorgangs“ und als Antwort auf die Frage „wie oft“ deklariert wird, schon vier Seiten später auf „Additionsoperatoren“ und deren Umkehrung ausgeweitet wird ohne irgendeine Bezugnahme zu dem vorher Gesagten. Zur völligen Überraschung des Lesers hat dann auch „dreimal vier Bälle nehmen“ (S. 16) nichts mit einem Operatoraspekt zu tun – vielleicht weil der Operator nicht rechts steht? Es müssen erst noch „Maschinen“ auftauchen. Die Verblödung der Lehrer ist doch in dieser (und auch anderer) Hinsicht schon genug fortgeschritten, wonach Zahlen nur dann Operatoren sind, wenn eine Maschine oder zumindest ein Pfeil dabei steht. Gegenüber solcher Oberflächlichkeit ist die Beteuerung, es handle sich doch um eine Propädeutik des Funktionsbegriffes, absolut fehl am Platze.

Da zieht man wiederum das mathematische Kulissengewitter über die Bühne: Natürliche Zahlen und Bruchzahlen können als Operatoren (auf gewissen Größenbereichen) definiert werden. Das ist zweifellos *ein* Gesichtspunkt, und zwar eine mathematische Betrachtungsweise dieser Zahlen; insofern ist es auch berechtigt von einem Zahl*aspekt* zu sprechen. Und wenn man meint, man würde auf solche Weise die Zahlen als Operatoren *begreifen*, ist es insofern wiederum berechtigt, von einem Zahl*begriff* zu sprechen. Der Verfasser äußert sich jedoch in diese Hinsicht überhaupt nicht. Läßt sich aber auf diese Weise die Ankündigung einer „Zahlbegriffsbildung“ tatsächlich verstehen? Ich glaube es nicht. Wenn man die Zahlen als Operatoren definiert, *sind* es Funktionen, und man tut so, als ob (s. Dörfler) es die Zahlen vorher noch gar nicht gäbe. Während dieser Standpunkt für den Mathematiker möglich ist, ist er es für den Schüler noch lange nicht. Da müssen Zahlen erst einmal vorhanden sein (aber dafür ist die Zählzahl zu schmalbrüstig, und wie sie zur Anzahl wird, bleibt geradezu ein Mysterium), so daß hier die Zahlaspekte doch ein Feigenblatt sind, um der Frage auszuweichen, wie Kinder und Menschen überhaupt Zahlen begreifen können.

Um meine Verschnitt-These weiter zu belegen, sollte ich mich aber nicht mit Kleinkram aufhalten, von dem wahrlich genug zu finden ist; vielmehr will ich über Grundsätzliches sprechen.

Prinzipien?

Der Verfasser verstößt fast ständig gegen alle jene Prinzipien, deren Beachtung er verbal den „Lehrenden“ empfiehlt: Fördere die Fähigkeit zu generalisieren, zu argumentieren, lasse aktiv-entdeckend lernen usw. Von wenigen Ausnahmen abgesehen werden dem Studierenden stets die neuen Sachverhalte zuerst in verallgemeinerter Form ausführlich dargeboten, bevor schließlich einmal Beispiele (mitunter sogar nur in Aufgabenform) vorgestellt werden, aus denen dann der Leser ersehen kann, worum es eigentlich geht. Ein typisches Beispiel dafür findet sich auf S. 177: Beim „Zahlenfußball" wird die Spielregel zuerst allgemein beschrieben, so daß man Mühe hat, etwas zu kapieren, zumal der Text nicht korrekt ist, was die Erläuterung des Verknüpfungszeichens betrifft. Aber für den Leser klärt sich das erst am Beispiel S. 178 auf. Man freut sich dagegen über die unmittelbare Verständlichkeit bei Radatz/Schipper, die aber nicht zitiert werden. Beim „Zahlengolf" S. 179 spricht zwar gleichsam der Profi, aber besser versteht man's wiederum bei Padberg, der nicht zitiert wird. Sei es bei Stellenwertsystemen (S. 50), bei der schriftlichen Division (S. 73), bei einem indischen Multiplikationsverfahren (S. 90), bei der Teilbarkeitslehre (S. 94 ff), beim Äquivalenzklassenkonzept der Bruchzahlen (S. 128 ff), beim Zahlenfangen (S. 177 ff), bei magischen Dreiecken (S. 208) usw. - der studierende Leser hat keine Chance, selber zu generalisieren, zu formalisieren, Vermutungen aufzustellen, Beweise anzudenken usw., obwohl dazu reichlich Gelegenheit wäre. Bei allen Beweisen, die WS anführt, „fällt er mit der Tür ins Haus": Keine Vorbereitung der Beweisidee, keine überleitende Gedankenführung, keine richtungweisenden Fragen. Die sogenannten Lösungshinweise sind meistens auch schon die komplette Lösung, außer S. 54, wo auch der Hinweis wenig nützt, wenn man erst mal auf der falschen Fährte ist (Balkenwaage ohne Gewichtssatz). Einerseits werden Fragen und Aufgaben so eng gestellt (und dies auch für die Schule empfohlen und mit Warnungen bedacht), daß ja keine „offene" Situation für den Lernenden entsteht.

So wird z.B. tunlichst vermieden, das Umkehrproblem einer Verknüpfungstafel (Streichquadrat) ganz offen zu präsentieren. Wozu muß man denn da auch nur *eine* Randzahl vorgeben (S. 212)? Da wird nicht etwa gefragt, welche Geldbeträge in einem Währungssystem darstellbar sind, sondern es wird gezeigt, daß man schon alles vorausgedacht hat: „Zeige, daß ein Geldbetrag von 29 WE nicht darstellbar ist." (S. 193) Andererseits werden Aufgaben in geradezu schockierender Weise vorgetragen: „Zeige, daß (121) keine Minimaldarstellung ist und gib die Minimaldarstellung für diesen Betrag an."(S. 190) Niemand versteht das; denn nichts deutet vorher darauf hin, was WS mit dem Symbol „(121)" überhaupt meint. Erst anschließend erläutert er, daß es sich um eine an das Bündelsystem unseres Geldes angelehnte Positionsschreibweise eines Pfennigbetrages handelt. Dabei vergißt er ganz seine Vereinbarungen zur Stellenwertschreibweise (S. 52) - es handelt sich ja nicht mehr um ein rein dekadisches System -, und er vergisst, in der Aufgabenstellung hinzuzufügen, daß es sich um einen Pfennigbetrag handeln soll und nicht um D-Mark. Eine einigermaßen korrekte Symbolik sähe anders aus: Pf $(121)_{GS}$ oder besser noch DM $(0{,}00121)_{GS}$, wobei ich mit GS unser (noch) gängiges Geldsystem meine. Fazit: Was eine solide, ausführliche und rücksichtsvolle Gedankenführung betrifft, ist der Studierende bei WS nicht gut aufgehoben.

Fragliches?

Mit der Didaktik von Stellenwertsystemen hat WS - wie bereits angedeutet - doch gewisse Probleme: Die umständliche Darlegung der alt-ägyptischen Multiplikation (S. 30) ließe sich für Studierende sehr gut am Minicomputer von Papy klären, um dann die Sache formal zu beschreiben; denn es geht ja um die eindeutige Darstellung einer natürlichen Zahl in der Form $\sum [10^n \sum a_\nu 2^\nu]$, wobei n von 0 bis zu einer natürlichen Zahl k (Anzahl der benötigten Platten) läuft, ν dagegen nur von 0 bis 3 (jede Platte hat vier Felder).

Weiter: Die Behauptung, die Griechen hätten kein Stellenwertsystem verwendet (S. 46), ist einfach falsch; sie kannten eine Abakusform seit etwa 600 v. Chr., haben also in einem Stellenwertsystem gerechnet. Und daß die Gallier (von WS in einem Atemzug mit den Mayas genannt) im 20er-System (und zwar in einem Positionssystem!) gerechnet hätten (S. 50), ist bisher nicht belegt worden.

Wird durch das schriftliche Rechnen wirklich „das Verständnis des Stellenwertsystems vertieft" (S. 55)? Die Praxis und die Erfahrung mit Studierenden belegt, daß eher das Unverständnis, falls vorhanden, vertieft wird. Und die Darstellungen von WS sind nicht dazu angetan, dies zu ändern; er weiß ja gegen Übertragsfehler auch kein anderes Mittel als formalen äußeren Drill (S. 58 f.). Und das soll „formale Bildung" (S. 55) sein? – Ich komme noch darauf zurück.

Von der Russischen Bauernmultiplikation wird behauptet, daß sie „auf der dyadischen Zifferndarstellung *beruht*" (so S. 35; Hervorhebung von mir). Da ist sie wieder, die typische mathematische Kulissenschieberei (genannt „Hintergrund"). Nur weil man das Verfahren mithilfe des Dualsystems zu rechtfertigen gelernt hat, war doch diese Möglichkeit nicht die Grundlage seiner Erfindung. Ob solchen Bemühens fällt die Rechtfertigung der Russischen Bauernmultiplikation auf Schulniveau entsprechend kläglich aus. Und die alt-ägyptische Multiplikation ist keineswegs ihr „Vorfahre" (S. 35 und 85) - obwohl das auch von Menninger und Lietzmann behauptet wurde -, da die Ägypter doch bei ihrem Verfahren überhaupt nicht auf die Konstanz des Produktes bedacht waren. Aber in diesem Zusammenhang fällt auch die fadenscheinige Bemerkung, die Multiplikation der Ägypter „enthalte" die Idee eines (dualen) Stellenwertsystems. Da muß man schon an die Archetypenlehre glauben, um das zu tolerieren!

Unnötig vertrackt ist die Formulierung der Differenzregel S. 94 (Teilbarkeit) mitsamt dem Beispiel, wobei erst auf S. 110 dem Anfänger klar werden kann, inwiefern diese Regel mit Differenzen etwas zu tun hat. Kann man hier dem Studierenden nicht doch etwas mehr entgegenkommen? Dasselbe gilt auch für die Formulierung anderer Teilbarkeitsregeln.

Der Leser wird schon genug schockiert: „Additivität der Maßfunktion" (S. 4) wird nicht erklärt. Was sind für einen, der nicht ausgiebig Algebra studiert hat, „Primelemente in Integritätsringen" (S. 100)? Was ist für ihn gar ein „Endomorphismenring" (S. 148), insbesondere jener „einer unendlichen zyklischen Gruppe" (S. 165)? Wenn solches auch überwiegend in Anmerkungen erscheint, so sollten doch wohl Anmerkungen dazu dienen, dem Studierenden etwas näher zu erläutern, aber nicht dazu, um ihn wissentlich (oder gar willentlich?) vor den

Kopf zu stoßen. Leider haben etliche Anmerkungen diesen de-motivierenden Charakter (s. S. 106, 138, 176).

Es ist auch durchaus zwiespältig, durch „Fragen an die Lehrenden“ oder „Information für die Lehrenden“ als Leser immer wieder ganz gezielt in die Rolle des „kleinen“ Schülers gedrängt zu werden, obwohl der Leser durch die Art seines Studiums doch gerade dieser Rolle entwachsen sollte.

Auseinandersetzung?

Von einer „Auseinandersetzung mit der Didaktik des Arithmetikunterrichtes“ (wie WS im Vorwort ankündigt) findet sich in diesem Buch fast nichts. Die eingestreuten oder vorgeschalteten „didaktischen Bemerkungen“ - beliebter Schnittlauch auf der didaktischen Wassersuppe - rechtfertigen den Ausdruck „Auseinandersetzung“ nicht. Und wenn einmal ein leichter Ansatz dazu auftaucht, geht’s auch schnell schief.

So wird z.B. von der Auffülltechnik beim Ergänzungsverfahren gesagt, es handle sich *„im Grunde um eine Abwandlung der Erweiterungstechnik“* (S. 63). Demselben Irrtum verfiel auch W. Oehl (1961), der ebenfalls auf eine Veranschaulichung des Ziffernrechnens aus war, statt aus handelnd-anschaulichem Rechnen das Ziffernrechnen mit den Schülern zu entwickeln. Und so passiert es eben, daß man nicht wahrnimmt, daß beim Ergänzen (39 + ? = 64) die Zielzahl (64) - wie es Padberg deutlich ausspricht - überhaupt nicht verändert wird. Diesen einfachen Sachverhalt hätte Oehl schon bei Kruckenberg (1935, S. 191) in einer Anmerkung sauber erklärt finden können. Auf das genannte Beispiel bezogen liefert die Beschreibung des Ergänzungsvorganges bei WS (auf S. 64) geradezu ein Musterbeispiel für eine unverständliche Text-Algebraisierung: „Man ergänzt zuerst die Einerziffer des Subtrahenden (9) über den vollen Zehner bis zur *Einerziffer des Minuenden plus 10* (14), nach Umbündeln von 10E zu 1Z im so vergrößerten Subtrahenden ergänzt man die *Zehnerziffer des Subtrahenden plus 1* (4) bis zur Zehnerziffer des Minuenden (6).“ Der Irrtum ist bei solchem „Un-text“ nicht leicht zu entdecken: Der erste Teil der Formulierung verlangt indirekt, daß man im Subtrahenden **5** hinzufügt (um mit 9+5=14 - wohlgemerkt im Subtrahenden!- „über den vollen Zehner“ zu gelangen), und das ist durchaus korrekt so. Man muß also denken, der Subtrahend sei um 5 vergrößert worden. Der Subtrahend wurde also *nicht um **10*** vergrößert, auch nicht durch die nachträgliche Umbündelung, so daß man auch den Minuenden nicht um 10 größer machen oder denken darf. Es wird also gar nicht gleichsinnig erweitert; und eine gleichsinnige Erweiterung wurde auch nicht „durch Umbündeln verdeckt“, wie WS meint. Wenn das Umbündeln hier etwas verdeckt, dann die Tatsache, daß der Subtrahend um **5** vergrößert wurde, weil diese 5 sozusagen in der „Bündelmasse“ teilweise verschwindet.

Der genannte Irrtum wird zweifellos durch die vielfach vorgeschriebenen sogen. „Sprechweisen“ (neun und **fünf** ist vier**zehn**) begünstigt. Daß dies aber Fachleuten passiert, sollte eine klare Warnung sein, solche Sprachkäfige nicht mit Erklärungen des Rechenverfahrens zu verwechseln. Aber derlei Irrtümer entstehen auch, wenn man so redet, als würden an den *Ziffern* beim Rechnen irgendwelche Veränderungen (ergänzen, vergrößern, hinzufügen, umbündeln) durchgeführt, obwohl das faktisch gar nicht möglich ist. Schnell macht man aber aus der Not eine Tugend, stilisiert solche unmöglichen Veränderungen zu „mathematischen Operationen“ hoch und sieht alles konsequent durch die algebraische Brille (und da darf natürlich eine Veränderung der beiden Zahlen nur gleichsinnig vorgenommen werden). Diese Tugend wird noch weiter erhöht, indem man meint, solche Operationen würden schon irgendwie im Kopfe des Kindes („mental“) entstehen und dann sei ja alles in bester didaktischer Ordnung. Was aber durch diese Gläubigkeit einzig und allein gefördert wird, ist eine stetig wachsende didaktische Hilflosigkeit der Primarstufenlehrer, wie sie allerorten zu beobachten ist, vorausgesetzt man hat da keinen blinden Fleck. Wo soll denn dieser Zirkel durchbrochen werden, wenn nicht durch die Ausbildung an der Hochschule? Aber dort schnürt man den Sack offensichtlich richtig zu; denn gläubig nehmen es die Studierenden hin, wenn ihnen z.B. verkündigt wird: *„Bei Aufteilsituationen bewegt man sich schrittweise von realen Gegenständen bis zur Zahlebene auf immer höheren Niveaus der Abstraktion.“* (S. 24) Das ist genau das klangvolle Geschwätz, wie es leider in der Ausbildung vielfach gepflegt wird; da wird einem nämlich nichts, aber auch gar nichts über diese sogen. Zahlebene gesagt und durch welche Abstraktionen man sie wohl erreichen könnte, so daß der Studierende eigentlich zum Trottel gemacht wird.

Was soll denn an „Erklärungen“ letztlich beim Schüler noch ankommen, wenn der Lehrer in seiner eigenen Ausbildung aus Mangel an tatsächlich handelndem Rechnen (hier liegt auch bei WS der Hund begraben!) sich auch noch Fehlinterpretationen von „Fachleuten“ als Berufswissen aneignet? Da wird auf S. 23 gesagt, „eine anwendungsbezogene Einführung der Division sollte an zwei Aspekten anknüpfen, die im Erfahrungsbereich der Schüler liegen: dem (restlosen) Verteilen und dem (restlosen) Aufteilen“. Aber schon auf der nächsten Seite wird ihm mitgeteilt: „Eine Klassifikation anwendungsbezogener Divisionsaufgaben nach Aufteil- und Verteilsituationen wird heute (im Gegensatz zu den siebziger Jahren!) von den Schülern nicht mehr verlangt.“ Nun meint ja der Verfasser sicher nicht, daß die Schüler heute kein Verlangen mehr nach solcher Klassifikation haben, sondern daß man sie heute den Schülern nicht mehr abverlangt. Aber wie stimmt das mit dem vorangegangenen und dem folgenden Text zusammen, nach welchem der Schüler diese Situationen doch unterscheiden können muß? Und wieso ist das Auf- oder Verteilen - insbesondere das restlose - eher im Erfahrungsbereich der Schüler (s. oben) als die wiederholte Subtraktion (S. 24 u. 25), wo doch niemand tatsächlich handelnd („reale Gegenstände“) auf- oder verteilen kann, ohne irgendwelche Gegenstände von der Stelle zu bewegen, zumindest also von der vorliegenden Gesamtheit fortgesetzt abzusondern. Ob man die wiederholte Subtraktion derselben Zahl ausdrücklich (sprachlich) als „Dividieren“ bezeichnet oder nicht, ist doch in Bezug auf die Rechenhandlung beim Teilen selbst völlig egal. Die puristische Einführung des Dividierens, nämlich zunächst ohne Rest (damit man es mengentheoretisch schön definieren kann), führt dann zu einer Kuriosität, wenn WS dem Grundschüler erklären möchte, „warum die Division durch 0 nicht möglich ist" (S. 26). Nachdem er hier das Argument über die Umkehraufgabe (obgleich kurz vorher empfohlen) für zu schwierig hält, greift er auf die wiederholte Subtraktion zurück, aber wie: „Eine Lösung der Aufgabe 3:0 müsste angeben, wie oft man die Zahl 0 von der Zahl 3 subtrahieren muss, *um das Ergebnis 0 zu erhalten!?"* Ich habe das Entscheidende kursiv gesetzt, die Satzzeichen (!?) sind von WS. Hier müßte es eigentlich korrekt heißen: „..., *um weniger als nichts übrig zu behalten*." Ja, von einem möglichst kleinen Rest (jedenfalls kleiner als der Divisor) war eben leider noch nicht die Rede, auch nicht bei der erstmaligen Deutung des Aufteilens als wiederholtes Subtrahieren, obwohl es da bitter nötig wäre; läßt doch die Fragestellung „Wie oft kann man aus einer Schale mit 12 Bonbons jeweils 3 Bonbons herausnehmen?" ohne weiteres die Antwort zu: So oft ich an der Schale vorbeikomme und der Vorrat reicht. Es fehlt eben die Bedingung „..., bis weniger als drei vorhanden sind".

Hier mangelt es erheblich an gründlicher Auseinandersetzung, obwohl sie in so mancher Hinsicht geboten wäre. Nehmen wir nochmals die sogenannte Auffülltechnik beim Ergänzen. Ist es denn so schwer zu bemerken, dass die Terminologie („Auffülltechnik"), so wie sie von Padberg beschrieben wird, schlecht gewählt ist, weil demnach das Auffüllen mit dem Ergänzen durchaus identisch ist, während als Übertragstechnik lediglich das *Bündeln* ansteht, soweit es durch das Ergänzen als Rechenverfahren im Stellenwertsystem erzwungen wird. Das entspricht dann auch der sogenannten Borgetechnik, die einfach ein *Entbündeln* ist.

Oder denken wir an die sogenannten Stellenwerttafeln, die (wie ähnlich auch bei Padberg und in Schulbüchern) in der Einerspalte kleine Pünktchen aufweisen, aber in der Zehnerspalte dicke Punkte (S. 61 ff). Ich will ja nicht höhnen, wie das wohl weitergehen sollte. Denn es sieht schlimmer aus: Der Bündelwert der dickeren Punkte wird ja durch ihre Größe angezeigt, und das gilt auch außerhalb der Zehnerspalte! Nun werden sie aber in die Zehnerspalte „gelegt", wodurch sich jedoch ihr Wert - Konsequenz des Stellenwertprinzips – verzehnfachen muß. Oder hat man das Stellenwertprinzip schlecht verstanden? Man müßte also wohl entweder auf die Stellentafel verzichten oder auf die unterschiedliche Größe der Punkte. Letzteres wird zwar auf S. 58 einmal gemacht; dafür aber kommt dort dieselbe Verwirrung wiederum durch die vollen Vierer- und Sechzehnerbündel zustande. Und so soll Kindern das Stellenwertprinzip klar werden? Die Stellentafel ist doch keine „Registrierkasse". Das wußte man früher besser, da sprach man nämlich von „Abakusrahmen" (z.B. Kruckenberg). Und auch A. Ries wußte besser, wie man *mit Verstand* im Stellenwertsystem rechnen lernen kann.

Sprachschwächen?

Wenn der Vf. kein Latein kann, ist das der Wissenschaftlichkeit i.Allg. nicht weiter abträglich; wenn aber kaum ein lateinischer oder griechischer Ausdruck korrekt verwendet ist, wird es doch peinlich: Es sollte heißen „sine figuram deletione", also mit Ablativ, statt Akkusativ; „aliquot" sollte man nicht mit zwei „l" schreiben; „a priori" und „modulo" werden bedeutungsfremd gebraucht; „abacus" sollte nicht mit zwei „b" geschrieben werden, denn Fibonacci schrieb nicht Italienisch, sondern erst spätere Kommentatoren; peinlich ist es auch zu lesen, daß das Wort 'Abakus' *„heute meist mit einem ,b' geschrieben wird"* (S. 50), obwohl dies seit gut 2500 Jahren der Fall ist; es kommt ja schließlich aus dem Griechischen. Aber damit steht WS genauso arg auf Kriegsfuß: „Gnomon" (S. 45) sollte doch nicht mit „abgewinkelt" (goniodes) verwechselt werden. WS erklärt auch gar nicht den Wortgebrauch, so daß der Student herumrätselt, was damit wohl im Zusammenhang gemeint sein könnte. Mag man darüber noch milde hinweggehen, so kann man doch viele Mißgriffe bezüglich des Gebrauches der deutschen Sprache bei einem Wissenschaftler nicht einfach als Sorglosigkeiten abtun.

Da hat doch Euklid tatsächlich „das erste mathematische Lehrbuch der Weltgeschichte" geschrieben (S. 111) und auch noch in 13 „Bänden". Das muß also ein bedeutender Historiker gewesen sein, der zudem - längst vor Spinoza - „more mathematico" schrieb; wie schade, daß manche seiner 13 „Bände" nur 15 kleine Seiten haben! Hat WS mal einen Blick hineingeworfen?

Die Babylonier führten mit Sicherheit *nicht* „für 0" ein spezielles Symbol ein (S. 40, 41, 49), schon weil sie dieses Symbol 0 nicht kannten. Und kein Stellenwertsystem „erfordert ein Zeichen für 0" (S. 49). Denn erforderlich ist bei schriftlichen Zahlzeichen allenfalls ein Zeichen *für eine nicht besetzte Stelle.* Aber der Text ist nicht nur sprachlich falsch, sondern auch noch sachlich: Es gibt ja Zahlzeichen mit Stellenwert, die gar kein Zeichen für die leere Stelle nötig haben.

Wenn WS „Computeralgebra-Programme" (S. 54) erwähnt, dann meint er eigentlich „Computer-Algebraprogramme"; die unterschiedliche Assoziierung bedingt hier eine unterschiedliche Bedeutung. Ebenso sollte man doch nicht Begriff und Wort verwechseln (S. 145).

Ungewöhnlich strapaziert wird der Leser auch, wenn angefangene Sätze durch eine längere Aufzählung unterbrochen werden, um dann fortgesetzt zu werden, obwohl man den Anschluß längst verloren hat. Das schlimmste Beispiel dieser Art findet sich auf S.138, eine mildere Form S. 193.

Was nun?

Selbst wenn man einräumt, daß in dem Buch viel Richtiges steht, so ist doch auf die Tatsache hinzuweisen, daß die Mängel - ich habe bei weitem nicht alle erwähnt - so schwerwiegend sind, daß man im Hinblick auf die Ausbildung von Primarstufenlehrern sagen muß:

(1) Das Buch ist *unnötig*, weil es zur gleichen Thematik entschieden bessere gibt.
(2) Das Buch ist *unzulänglich*, insofern es umfassende und intensive didaktische Information (auch hinsichtlich einschlägiger Literatur, sei es ältere oder neuere) nicht bietet.
(3) Das Buch ist dem Studierenden für seinen späteren Beruf *abträglich*, weil es in wichtigen Belangen eine negative Vorbildfunktion ausübt.

Dieses Urteil mag hart sein. Aber wohin gerät unsere Lehrerbildung an den Hochschulen, wohin gerät der

Mathematikunterricht an unseren Schulen, wenn man der Meinung ist, man brauche mit angehenden Primarstufenlehrern lediglich „ordentliche“ Mathematik zu treiben, dann würde sich die Didaktik schon von selbst einstellen? Daß das nicht so ist, beweist gerade dieses Buch. Es steht doch ohnehin keineswegs gut um diese beiden Anliegen. Ich sehe daher in der Tat keinen objektiven Grund, der die Empfehlung nahelegen würde, dieses Buch zu lesen.

Autor
Matros, Norbert, Prof. Dr., Institut für Mathematik, Uni Koblenz-Landau, Im Fort 7, D-76829 Landau.
E-mail: gutzler@uni-landau.de