

Franke, Marianne:

Didaktik der Geometrie

Heidelberg: Spektrum, Akad. Verl., 2000. – 314 S.
(Mathematik Primarstufe)
ISBN 3-8274-0994-Z

Peter Kirsche, Augsburg (Germany)

1. Zielsetzung

Seit ca. 30 Jahren ist die Geometrie ein fester Bestandteil des Mathematikunterrichts an der Grundschule. Auf Grund einer Reihe von Reformen mit unterschiedlichen Zielsetzungen durchlief die Grundschulgeometrie seit Ende der sechziger Jahre eine bemerkenswert divergente Entwicklung. Die Autorin knüpft an die Vielzahl von Unterrichtsbeispielen an, die in dieser Zeit entstanden sind, und fordert (Einleitung, S.1): „Nun ist es an der Zeit, diese zu ordnen, die Inhalte zu strukturieren und ein didaktisches Konzept auszuarbeiten, das den mathematischen Ideen, den lernpsychologischen Erkenntnissen sowie den Tendenzen zur Öffnung des Grundschulunterrichts gerecht wird.“

Das Buch ist in erster Linie als Lehrbuch für die Primarstufenlehrerausbildung konzipiert, ist aber auch in der zweiten Ausbildungsphase sowie bei der alltäglichen Vorbereitung von Unterricht hilfreich. Es gliedert sich in drei Teile:

- erster Teil (Kap. 1, 21 S.): allgemeine Aussagen zum Geometrieunterricht an der Grundschule;
- zweiter Teil (Kap. 2 bis 4, 85 S.): Hintergrundwissen für das Lehren und Lernen von Geometrie;
- dritter Teil (Kap. 5 bis 9, 184 S.): zentrale Ideen, typische Inhalte des Geometrieunterrichts.

2. Überblick über die Inhalte

2.1 Teil 1: Allgemeine Aussagen

Im ersten Kapitel wird zunächst die unterschiedliche Entwicklung des Geometrieunterrichts in der Bundesrepublik und in der DDR im Überblick beschrieben und auf Defizite der Unterrichtspraxis eingegangen. Daran schließen sich Vorschläge für ein neues Geometrie-curriculum an. Der Geometrieunterricht soll demnach sowohl in Verbindung mit anderen Schulstufen als auch mit anderen mathematischen Bereichen gesehen werden. Inhaltlich soll er sich an drei Kernideen orientieren:

- Geometrische Formen,
- Operieren mit Formen,
- Beziehungen zwischen Formen.

Zu diesen Kernideen werden im Buch Lernumgebungen mit Aufgabenstellungen vorgestellt. Der Geometrieunterricht soll problemorientiert gestaltet werden. Er soll den Kindern Herausforderungen anbieten, die zum Betrachten, Erfinden, Beschreiben und Argumentieren anregen. Dazu soll insbesondere eine offene Unterrichtsgestaltung beitragen.

2.2 Teil 2: Hintergrundwissen

Das zweite Kapitel ist der Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens gewidmet. Das räumliche Vorstellungsvermögen stellt einen wesentlichen Intelligenzfaktor dar, welcher durch Teilkomponenten charakterisiert wird. Anhand zahlreicher Beispiele werden Möglichkeiten aufgezeigt, das räumliche Vorstellungsvermögen durch Kopfgeometrie zu fördern. Schließlich wird auf Ergebnisse aus Piagets Untersuchungen zur Entwicklung des räumlichen Denkens eingegangen.

Das dritte Kapitel behandelt die Bildung geometrischer Begriffe. Die Kinder bilden im Alltag geometrische Begriffe, an denen der Geometrieunterricht anzuknüpfen hat. Im Unterricht geht es im wesentlichen um die Bildung von Objekt-, Eigenschafts- und Relationsbegriffen. In Anlehnung an Holland wird der Erwerb von Begriffen durch Spezifikation, Abstraktion und Konstruktion anhand von Beispielen behandelt. Solche Begriffsbildungsprozesse sind langfristig anzulegen. Die Autorin schlägt als Basis für entsprechende Unterrichtspläne die Stufenmodelle von Vollrath und van Hiele vor. Neben diesen Aspekten von Unterrichtsplanung spielen die Kompetenzen der Kinder eine zentrale Rolle. Anhand von drei Tests wird exemplarisch gezeigt, über welche geometrischen Kenntnisse und Fähigkeiten Schulanfänger in der Tschechischen Republik bzw. Dritt- und Viertklässler in Deutschland verfügen.

2.3 Teil 3: Zentrale Ideen

Die folgenden fünf Kapitel befassen sich mit den zentralen Inhalten des Geometrieunterrichts.

Die Aktivitäten der Kinder finden in erster Linie im Raum statt. Demgemäß wird im fünften Kapitel zunächst die Auseinandersetzung mit räumlichen Objekten angesprochen. Anknüpfend an spielerische Tätigkeiten aus der Vorschulzeit wird auf das Bauen mit unterschiedlich vorstrukturierten Materialien eingegangen. Konkrete Unterrichtsvorschläge zeigen, wie die damit verbundenen Ziele erreicht werden können. Diese Tätigkeiten lenken die Aufmerksamkeit zunehmend auf die Eigenschaften geometrischer Körper. Diese Eigenschaften werden durch Sortieren, Ordnen und Beschreiben von Gegenständen aus der Umwelt sowie von Prototypen der Körper bewußt gemacht. Besonders ausführlich wird das Herstellen und Darstellen von Würfeln und Quader sowie das gedankliche Operieren mit diesen Körpern behandelt.

Das sechste Kapitel ist den ebenen Figuren gewidmet. Ziel ist, die ebene Geometrie von den Erfahrungen über den Raum und über die räumlichen Objekte her zu erschließen. Analog der Vorgehensweise im vorigen Kapitel steht zunächst das Legen ebener Figuren mit unterschiedlichsten Materialien im Mittelpunkt. Daran schließt sich das Falten geometrischer Grundformen an. Dabei entdecken die Schüler wichtige Eigenschaften von Quadrat, Rechteck und Dreieck sowie Beziehungen zwischen diesen Grundformen. Die Arbeit am Geobrett dient nicht nur dazu, Grundformen herzustellen, sondern auch dazu, diese systematisch zu variieren. Anschließend werden Kreis, Dreieck, Quadrat, Rechteck und andere Vierecke geometrisch gekennzeichnet. Die Eigenschaften der Figuren ergeben sich dabei handlungsorientiert beim

Herstellen von und Hantieren mit den Figuren.

Die Symmetrie von Figuren wird im Kapitel sieben behandelt. In Anlehnung an Winter wird sie zunächst als fundamentale Idee des Geometrieunterrichts beschrieben. Im Folgenden wird, von Nebenbemerkungen abgesehen, nur die Achsensymmetrie behandelt. Der Unterricht soll auch bei diesem Thema an den Alltagserfahrungen der Kinder anknüpfen. Dabei bietet sich fächerübergreifender Unterricht an. Beispiele dazu aus dem Kunst-, Sach- und Deutschunterricht werden skizziert. Ferner werden drei Tests zitiert, die zeigen, daß die Kinder über eine relativ gute Kompetenz im Umgang mit Achsensymmetrie verfügen. Zum Herstellen achsensymmetrischer Figuren werden folgende Verfahren vorgeschlagen: Legen mit unterschiedlichem Material, Falten, Falten und Schneiden, Spiegeln mit einem Spiegel, Herstellen von Klecksbildern und Zeichnen mit Hilfe von Gitterpapier. Das Thema wird durch die Herstellung und Untersuchung von Mustern, insbesondere von Bandornamenten und von Parketten, vertieft.

Kapitel acht befaßt sich mit dem Messen geometrischer Größen. Das Messen von Längen, Flächeninhalten und Volumina wird über die üblichen Lernstufen direkter Vergleich und indirekter Vergleich mittels selbstgewählter und normierter Einheiten erarbeitet. Dabei wird auch ausführlich auf die typischen Schwierigkeiten der einzelnen Meßprozesse eingegangen.

Das abschließende neunte Kapitel ist zunächst dem zeichnerischen Darstellen räumlicher Objekte gewidmet. Die verschiedenen Projektionsverfahren werden nur skizziert. Anschließend wird über die Ergebnisse der Analyse von Kinderzeichnungen und über Ergebnisse von Tests bezüglich der Tiefendarstellung in Zeichnungen berichtet. Ferner wird gezeigt, wie beim Zeichnen verschiedene Arten von Wissen gefordert sind. Vor diesem Hintergrund werden schließlich konkrete Vorschläge für das räumliche Zeichnen im Unterricht entwickelt. Daran schließen sich Ausführungen zum Zeichnen ebener Figuren und zum Gebrauch von Zeichengeräten an. Zum Schluß des Kapitels werden Linien, hier Strecken und Geraden, sowie Beziehungen zwischen diesen behandelt.

3. Anmerkungen

3.1 Zur Stellung der Grundschulgeometrie

Frau Franke weist in den Überlegungen zum Geometriecurriculum darauf hin, daß „... die Stellung der Geometrie im Rahmen der mathematischen Bildung sowohl mit Blick auf die anderen Schulstufen als auch in Verbindung mit anderen mathematischen Bereichen ... zu sehen ist. Die Konzeption sollte kein enger Stoffkanon sein, sondern nur Kernideen (Grundideen) ausweisen, die im Sinne eines Spiralcurriculums über alle vier Grundschulklassen und darüber hinaus ... verwirklicht werden können.“ (S. 19). Diese Forderung, die Grundschulgeometrie in einem größeren Rahmen zu sehen, ist uneingeschränkt zu unterstützen. Es wäre daher wünschenswert, die unmittelbare Fortsetzung der einzelnen Themenstränge in weiterführenden Schulen explizit anzusprechen. Beispielsweise bietet sich an zu skizzieren, wie vom Herstellen symmetrischer Figuren zu Kongruenz-

abbildungen übergegangen werden kann (S. 216 ff; S. 288), wie aus dem Messen von Flächeninhalten die Berechnung des Flächeninhalts vom Rechteck entwickelt werden kann (S. 245 ff) usw. Solche Aspekte sollten ausdrücklich in der Ausbildung der Primarstufenlehrer angesprochen werden, um gewissen Unzulänglichkeiten der derzeitigen Unterrichtspraxis vorzubeugen (S. 11 ff).

3.2 Zur Behandlung der Symmetrie

In der Einleitung schreibt Frau Franke: „In Anbetracht des Platzangebotes musste bei der Behandlung der Symmetrie eine Beschränkung auf die Achsensymmetrie erfolgen und auf das Darstellen von Beispielen zur Drehsymmetrie verzichtet werden.“ (S. 3). Diese Argumentation überrascht. Es ist hinreichend bekannt, daß derartige ein-Modell-Abstraktionen bei Begriffsbildungsprozessen nicht zu den gewünschten Ergebnissen führen. Die Einführung des wichtigen Symmetriebegriffs (s. S. 199) ausschließlich am Beispiel der Achsensymmetrie bewirkt die aus der Umgangssprache bekannte und sowohl aus fachlicher als auch aus didaktischer Sicht unerwünschte Begriffsverengung: Symmetrie gleich Achsensymmetrie. Gelegenheiten, Drehsymmetrie und Drehungen zu thematisieren, gibt es genug: beim Zeichnen und Untersuchen von Kreismustern (S. 188 ff), bei der Behandlung von Parketten und Bandornamenten (S. 223 ff; S. 239) usw. Das wesentliche Merkmal von Symmetrie, die regelmäßige Wiederholung eines Elementarmusters, kann anhand der Achsensymmetrie allein nicht erfaßt werden. In diesem Zusammenhang fehlt zudem ein wichtiges Verfahren, Figuren auf Symmetrie zu prüfen. Man kopiert die Figur auf Transparentpapier, wendet oder dreht die Kopie und prüft die Deckungsgleichheit mit dem Original. Diese Handlungen stellen zudem Konkretisierungen der zu Grunde liegenden Kongruenzabbildungen dar. Gelegentlich wird der Begriff Symmetrie unkorrekt verwendet. Symmetrie ist eine Eigenschaft einer Figur, keine Relation zwischen Figuren (S. 79). Die Symmetrie ist auch keine Kongruenzabbildung der Ebene (S. 200).

3.3 Übungen

Erfahrungsgemäß bereitet es den Studierenden Schwierigkeiten, sowohl fachliche als auch fachdidaktische Probleme zu bearbeiten. Der geometrische Hintergrund, der sinnvolle Umgang mit Stufenmodellen zur Begriffsbildung, die Planung von Unterricht usw. erfordern eine selbständige Auseinandersetzung mit solchen Themen. Daher sollten wie in den anderen Bänden dieser Reihe einschlägige Übungen mit Lösungshinweisen angeboten werden.

4. Fazit

Eine derartige, geschlossene Darstellung der Grundschulgeometrie war seit langem wünschenswert. Frau Franke behandelt in ihrem Buch alle einschlägigen Themenkreise der Grundschulgeometrie. Die Darstellung der Inhalte ist leicht verständlich. Dazu tragen die vielen anregenden Unterrichtsvorschläge bei. In der Praxis wird man aus deren Vielzahl auswählen müssen. Das Buch ist sowohl als Hintergrundliteratur für Vorlesungen als auch zum

Selbststudium zu empfehlen. Bei Interesse an speziellen Fragen zur Grundschulgeometrie hilft das ausführliche Literaturverzeichnis weiter.

Autor

Kirsche, Peter, Dr., Sedanstr. 24, D-86316 Friedberg.

E-mail: kirsche@math.uni-augsburg.de